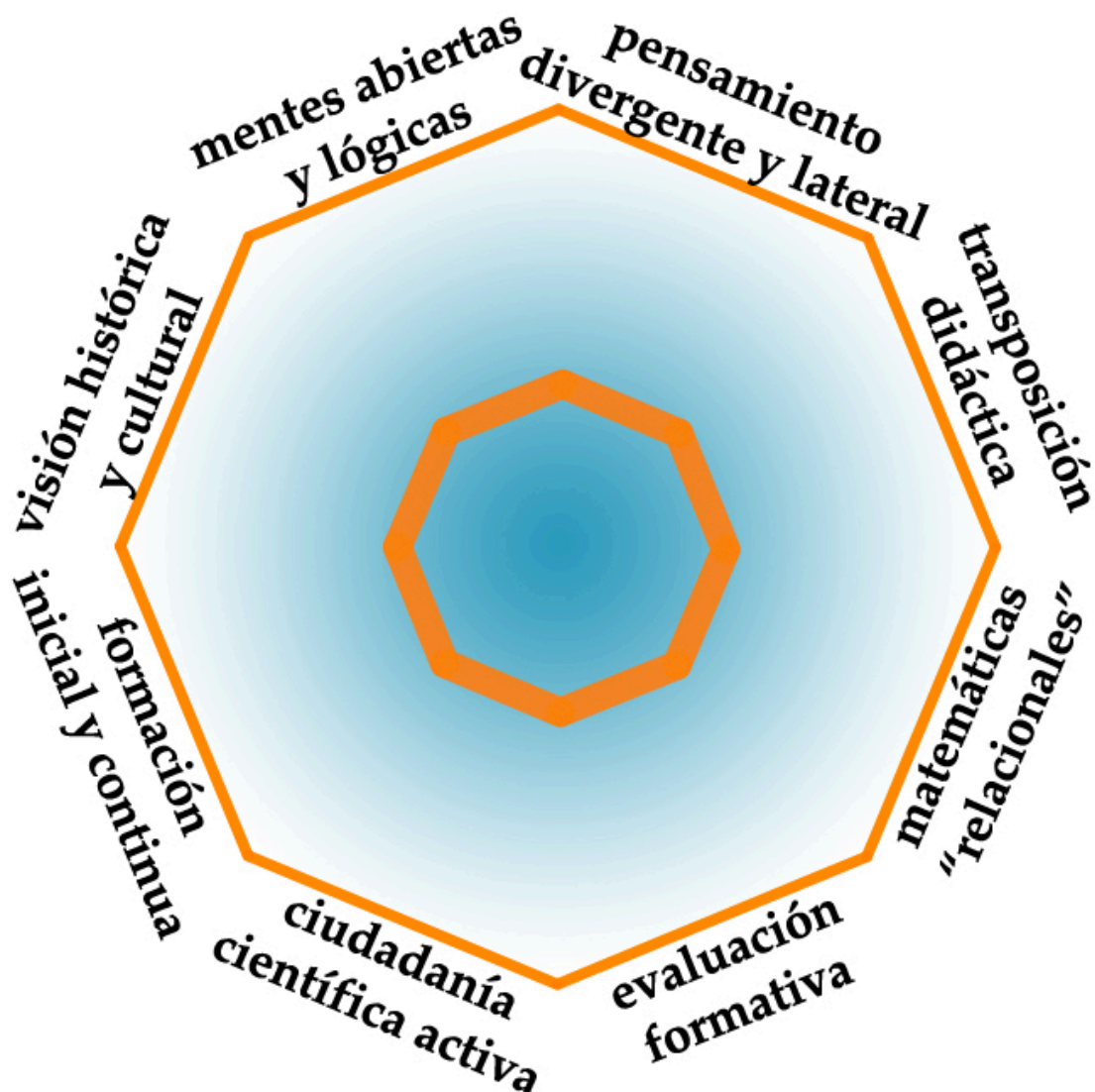




MANIFIESTO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Para un uso consciente, democrático y formativo del pensamiento matemático y de sus herramientas en diálogo con las "Indicaciones nacionales y los nuevos escenarios" (que en Italia reemplazan los programas).(2018)

Junio 2020



¿Por qué un Manifiesto sobre la Enseñanza de las Matemáticas ?

Para que los/as estudiantes de todos los grados de escolaridad puedan:

- utilizar las herramientas matemáticas para interpretar la realidad y tener conciencia crítica de los datos reales y percibidos;
- construir activamente las estructuras cognitivas como un elemento para la ciudadanía activa y promover una actitud experimental para superar el desinterés en el conocimiento y la desconfianza por todo en lo que intervienen las matemáticas.

Para que los/as profesores/as:

- desarrollen pasión e interés en la investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas;
- experimenten respuestas cooperativas, intercambios de prácticas y preguntas de significado;
- no confíen en las soluciones fáciles y prediseñadas y no se conformen con ellas, sino que redescubran y mejoren sus habilidades de estudio y de diseño educativo.

Este manifiesto está dirigido a profesores, directores escolares, formadores de profesores, padres, grupos de investigación pedagógica y disciplinaria, estudiantes e investigadores. El documento ministerial italiano "Indicaciones Nacionales y Nuevos Escenarios" donde el "pensamiento matemático" figura entre las "herramientas culturales para la ciudadanía", junto con este documento, es un punto de partida para la discusión en los Grupos de Investigación sobre Matemáticas del MCE.

Recordamos que:

- en matemáticas, también hay diferencias en el género, el ritmo y los tiempos de aprendizaje y culturales;
- las matemáticas para muchos son un obstáculo desde una edad temprana y se convierte en un instrumento de selección y diferenciación escolar y social en la elección de las carreras escolares.

A través de la campaña "**4 Pasos para una Pedagogía de la Emancipación**" el Movimiento de Cooperación Educativa indica y promueve prácticas factibles de acuerdo con lo que se propone en este Manifiesto.

Finalidades y estrategias educativas

1

Promover una **visión histórica y cultural** de las matemáticas, que potencie su función como instrumento de conocimiento y organización de la realidad, dentro y fuera de la escuela, teniendo en cuenta las culturas de origen de los alumnos.

- a) Predisposición de **contextos significativos y motivadores** (1), evitando situaciones artificiales que sólo tengan sentido para el maestro y no para los alumnos, según su etapa evolutiva, su género, y su cultura.
- b) Cuidar **la transición del lenguaje natural al lenguaje matemático** (2) con un trabajo sistemático sobre palabras y símbolos y sus significados técnicos, dentro del campo semántico de las matemáticas, para utilizarlos conscientemente en demostraciones, en una definición, en un argumento, con gradualidad y atención a la edad de los alumnos.
- c) Mejorar las acciones encaminadas a **construir estructuras lógicas, lingüísticas y cognitivas** para dotar a los estudiantes de herramientas adaptadas a los tiempos actuales y a los diferentes entornos de vida.
- d) Comparación de **diferentes formas de cuantificar, comparar, clasificar, medir, calcular** a partir de diferentes culturas (etnomatemáticas) (3) y de lo que llevan los propios alumnos, ya que se colocan en contextos familiares y culturales diferentes los unos de los otros.

2

Formar **mentes abiertas y lógicas** capaces de utilizar las estructuras de las matemáticas para construir conjeturas, argumentar, refutar, criticar, justificar, pensar racionalmente incluso en situaciones de incertidumbre, problematizar, formular preguntas, poner y ponerse problemas.

- a) Construir un **entorno de aprendizaje** que pueda apoyar a los alumnos para hacer frente a las dificultades para comprender y hacer frente a las frustraciones y los fracasos.

-
- b) Utilizar la **discusión matemática** como herramienta para negociar significados y construir conocimientos compartidos, tanto en grandes como en pequeños grupos, para problematizar y abordar problemas abiertos con múltiples soluciones, aprendiendo a justificar sus estrategias con argumentos apropiados.
 - c) La **gestión de los errores** como una etapa fructífera del proceso de aprendizaje y como un recurso para individuos y grupos: fomentar procesos de pensamiento compartido que ayuden a la autocorrección, a menudo pasados por alto porque buscamos respuestas "correctas" sin investigar los procesos de pensamiento subyacentes.

3

Valorar, educar, desarrollar flexibilidad y **pensamiento divergente y lateral** (4) como formas de prevenir dificultades y emociones negativas y alimentar el placer y el deseo de descubrimiento, fomentar la pasión, la diversión, la curiosidad, la satisfacción para entender las matemáticas y desarrollar la creatividad incluso en esta área.

- a) Realización del **laboratorio de matemáticas** como un entorno en el que experimentar, descubrir y construir conocimientos matemáticos de forma operativa, basado en la resolución de problemas asociados con situaciones matemáticas reales y/o internas a las mismas matemáticas.
- b) Valorar **el papel del grupo, la clase** como lugar de averiguación y acogida de las "invenciones" y descubrimientos de cada uno, multiplicando las posibles interpretaciones.
- c) Construcción con alumnos de **modelos** (5) materiales, simbólicos, gráficos, digitales que hay que "manipular" para promover los procesos de comprensión y conceptualización.
- d) Uso de **herramientas y programas digitales** para promover procesos de generalización y reflexión sobre las relaciones entre las entidades matemáticas en lugar de trabajar las habilidades puramente instrumentales, desarrollando y ampliando habilidades incluso en los más débiles.
- e) Investigar las matemáticas y **sus reglas en la naturaleza** y utilizar la propia naturaleza para leer, descubrir los conceptos matemáticos subyacentes y recibir estímulos y preguntas.

4

Asumir como responsabilidad docente la

transposición didáctica del conocimiento,

desarrollar y experimentar con estrategias didácticas eficaces, asumir la carga de la programación docente y la revisión continua de los caminos teniendo en cuenta los procesos cognitivos de los estudiantes reales.

- a) Construir conceptos matemáticos teniendo en cuenta sus desarrollos y sus conexiones mutuas, con la **enseñanza helicoidal** (6), capaz de volver varias veces a temas y conceptos ampliándolos, estructurados en **tiempos lentos y largos** (7) para prestar atención al error, a las dificultades, a los obstáculos (cognitivos, epistemológicos...) de los alumnos.
- b) A partir de objetos matemáticos ya construidos, tales como expresiones aritméticas, polinomios, gráficos de funciones, dar sentido a ellos a través de procesos de **reinención guiados** de los conceptos subyacentes para fomentar la **construcción de estructuras interpretativas** que den sentido a las abstracciones matemáticas.
- c) Toma de conciencia de las relaciones recíprocas entre el cuerpo y los "objetos matemáticos", en el sentido del '**embodiment**', es decir, el *conocimiento encarnado* (8) que ofrece elementos para entender cómo se originan los conceptos matemáticos y, por lo tanto, ayuda a desarrollar estrategias adecuadas para fomentar una **comprensión profunda** de los mismas, no como una referencia genérica a las experiencias corporales, sino como una necesidad de pasar a través del cuerpo para llegar a la mente.
- d) Atención a los **procesos** a través de los cuales se construyen los conceptos, para evitar la formación de **concepciones-obstáculo** dependientes de una enseñanza que no tenga en cuenta las complejas relaciones entre las formas de aprendizaje de los alumnos, las construcciones teóricas de la disciplina y la mediación del profesor.
- e) Cuidado de **los espacios del "hacer escuela"** (9) que permiten expresar las actitudes e intereses de los alumnos, también los no directamente relacionados con el aprendizaje escolar, que conectan la escuela con el mundo real y el territorio en el que se inserta y que favorecen a las organizaciones flexibles del grupo de la clase.

5

Proponer una **matemática "relacional"** orientada al descubrimiento de las relaciones que unen los "objetos matemáticos" (el "por qué", el "cómo", las explicaciones) como una alternativa a una visión puramente instrumental y mecánica de la disciplina basada en la memorización de reglas y procedimientos convencionales.

- a) Investigación y reconocimiento de ritmos, estructuras, ciclos, regularidad en situaciones reales y cuidado de su **formalización matemática** con herramientas cada vez más elaboradas y complejas (álgebra, funciones, representaciones geométricas...) para descubrir gradualmente las estructuras unificadoras de la disciplina.
- b) **Modelización** (10) de situaciones del mundo real para resolver problemas con herramientas matemáticas y así captar el significado y la utilidad práctica de las propias matemáticas.
- c) Desarrollo de la capacidad de ver con los "**ojos de la mente**" lo que es difícil de percibir permaneciendo anclados al concreto, a lo que cae bajo nuestros sentidos, para concebir gradualmente cuerpos matemáticos en su abstracción pura.
- d) Construir **mapas mentales** para organizar conceptos abstractos en redes de significados vinculados entre ellos manteniendo la atención en los campos conceptuales (11) a los que se refieren.

6

Llevar a cabo una **evaluación formativa** basada en una encuesta de los aprendizajes de los alumnos que tenga en cuenta las habilidades implícitas ya presentes en los niños y su evolución con el fin de obtener elementos útiles para la revisión continua de los itinerarios educativos calibrándolos sobre los resultados reales del aprendizaje.

- a) Utilizar **herramientas cualitativas** tales como protocolos de observación, 'libro de registro' (en italiano : 'diario di bordo'), documentación de recursos educativos con documentos y textos producidos por los/as alumnos/as, fotografías,

películas, transcripción de discusiones utilizando herramientas informáticas que faciliten el intercambio y la difusión de los materiales producidos.

- b) Practicar la **autoevaluación** recorriendo también al feed-back de parte de los/as alumnos/as.

7

Contribuir con las matemáticas a la construcción de una **ciudadanía científica activa**, a través de la formación de herramientas útiles para la participación democrática como la capacidad de escuchar a los demás, comunicar, explicar y justificar sus ideas.

- a) Conocimiento y uso de los **diferentes códigos** (gráficos, lingüísticos, icónicos, simbólicos) con los que se expresa el pensamiento matemático, en la conciencia de la necesidad de saber cambiar de un código a otro, de llegar a utilizar el lenguaje matemático en todo su poder.
- b) Uso crítico de **libros de texto y fuentes alternativas** (sitios web, películas, materiales ya preparados y estructurados, fichas, serie de ejercicios) siendo cautelosos de "recetas" que eviten el empleo del razonamiento, la comparación y el diálogo con los estudiantes y entre los estudiantes en el proceso de construcción del conocimiento.
- c) Lectura **crítica e interpretación de las informaciones** que nos llegan de los medios de comunicación a través de representaciones matemáticas (gráficos, porcentajes, fracciones...).

8

Profundizar los conceptos matemáticos en una perspectiva de **formación inicial y continua** teniendo en cuenta las relaciones y las diferentes habilidades a construir en cada orden escolar.

- a) Participación **en grupos de investigación** para discutir y comparar ideas sobre contenidos, estrategias metodológicas y resultados de investigación, compartir bibliografías, herramientas educativas y teóricas, modelos de referencia.

-
- b) Organizar proyectos de **experimentación didáctica** con tutoría de los formadores con el fin de garantizar la validez de las propuestas y construir a lo largo del tiempo **repertorios de actividades** que se propondrán en las clases.
 - c) Caminos hacia atrás de un determinado grado escolar hacia el precedente para reconstruir la **evolución de los conceptos** y dar consistencia y continuidad al proyecto educativo.
 - d) Organizar momentos de **difusión** y de **restitución** a las escuelas y al territorio de las investigaciones realizadas en matemáticas para superar clichés y estereotipos también con respecto a las familias de los alumnos y a la sociedad en general (conferencias, reuniones, exposiciones, publicaciones...)

Propuestas

De esta visión general derivan las opciones con respecto al contenido que se debe enseñar y a los métodos que se utilizarán para que nuestros/as alumnos/as logren las habilidades requeridas no sólo para fines escolares, sino "para sí mismos" (Emma Castelnuovo) y para la sociedad en general.

Aquellos que se adhieren al Manifiesto entonces se comprometen en la tarea de:

- traducir los puntos del Manifiesto en acciones concretas y coherentes compartiendo elaboraciones personales y experiencias en el campo con la documentación adecuada;
- trabajar juntos para difundir los resultados de las experimentaciones colectivas a través de diversos canales.
- participar en las **Jornadas de Estudio** sobre temas específicos introducidos por el Manifiesto;
- conscientes de los problemas de pobreza educativa y de discriminación, intervenir con acciones específicamente estudiadas para combatir la privación sociocultural y la brecha entre las diferentes zonas de nuestro país particularmente frágiles y carentes de estructuras educativas, estímulos y ofertas culturales.

Los promotores

Nicoletta Lanciano nicoletta.lanciano@uniroma1.it

Donatella Merlo donatellamerlo@icloud.com

Notas e ideas

- (1) Prestar atención a los ejercicios que transmiten **situaciones estereotipadas** como "el padre que compra libros y boletos de avión y la madre que compra las telas y hace pasteles" o no actuales, y evitar ejemplos y ejercicios sin sentido para los estudiantes como las bañeras que se llenan... En su lugar, comenzar con lo que se ve y se experimenta. Los ejercicios son a menudo una parte muy débil incluso en los textos de investigación sobre la enseñanza de las matemáticas.
- (2) En relación con el lenguaje natural es importante formar, inventar y dar la bienvenida a un "**léxico familiar**" del grupo, un 'slang' inicial de clase, con el fin de dar nombre a lo que se descubre y se encuentra: más tarde, cuando se adquiere un concepto y hace parte de lo que se sabe, se puede llegar al idioma técnico específico. Por ejemplo, para el concepto de área, pasamos de barrer un área con un movimiento, a rellenar por agotamiento de una figura y luego a la integral con el símbolo de la gran S que viene del acto de añadir.
- (3) Por D'Ambrosio (...), **etnomatemática** significa reconocer que todas las culturas y todos los pueblos desarrollan formas de explicar, conocer, enfrentar su propia realidad en un proceso de evolución permanente. La idea básica no es rechazar modelos vinculados a su tradición sino reconocer como válidos todos los sistemas de explicación, conocimiento, contruidos por otros pueblos. Estos sistemas, gracias a la dinámica cultural, no son estáticos ni están muertos. Los etnomatemáticos utilizan los diferentes medios que las culturas utilizan para encontrar explicaciones para su realidad y superar las dificultades que surgen en su vida diaria. En todas las culturas, sin embargo, en esta búsqueda de entendimiento, es necesario cuantificar, comparar, clasificar, medir, lo que espontáneamente hace que surjan matemáticas (Mendes, 2008, p. 19). Por lo tanto, Mendes (2008) muestra que "la etnomatemática puede considerarse un área de conocimiento intrínsecamente vinculada a los grupos culturales y sus intereses, expresado por una lengua (étnica) también vinculada a la cultura del grupo, a su ethos" (Mendes, 2008, p. 19). En resumen de las ideas anteriores, Rosa y Orey (2006) afirman que la perspectiva etnomatemática en la perspectiva dambrosiana es la forma en que culturas específicas (etnomatemáticas) han desarrollado, a lo largo de la historia, técnicas e ideas para aprender a trabajar con medidas, cálculos, inferencias, comparaciones, clasificaciones y diferentes formas de dar forma al entorno social y natural del que forman parte para explicar y entender los fenómenos que se producen en ellos.
- (4) Joy Paul Guilford, un psicólogo estadounidense, ha definido dos modos de pensamiento que constituyen los opuestos de un continuo donde se encuentran los

estilos individuales. El **pensamiento convergente** funciona de tal manera que las personas son capaces de buscar, frente a un problema, una sola respuesta, es decir, la correcta. Es la lógica que subyace a los problemas matemáticos que se nos plantean desde niños cuando no es posible tener más de un resultado, por lo que la evaluación es clara: correcta o incorrecta. El **pensamiento divergente**, por otro lado, se caracteriza por el impulso de encontrar más soluciones que sean aceptables por diferentes razones, pero que todas tengan su propia "dignidad". Es muy difícil pensar que se puede identificar un estilo de pensamiento superior al otro, más probable es que sean herramientas que resulten útiles en diferentes contextos. El término '**pensamiento lateral**', acuñado por el psicólogo maltés Edward De Bono, se refiere a una forma de resolver problemas lógicos (problem solving) que implica un enfoque particular, es decir, la observación del problema desde diferentes ángulos, a diferencia del modo tradicional que implica la concentración en una solución directa al problema. Una solución directa implica el uso de la lógica secuencial, resolviendo el problema a partir de consideraciones que parecen más obvias, el pensamiento lateral se desvía de él (de ahí el término lateral) y busca puntos de vista alternativos para encontrar la solución.

- (5) También reiteramos la necesidad de aprender a usar tijeras, a encender un fósforo, a atar una cuerda, a verter líquido porque la destreza como percepción, debe ser educada y no se pierde a ninguna edad. También recordamos que el laboratorio es atractivo e incluye a todos/as, bajando los niveles de aburrimiento, pérdida de sentido y desinterés.
- (6) **Didáctica helicoidal**, es decir, capaz de volver varias veces a temas y conceptos expandiéndolos, porque se saben más cosas, porque ahora eres capaz de ir más allá y ampliar el concepto y su alcance, o porque alguien se ha quedado atrás y necesitamos retomar un tema determinado de nuevo. Por ejemplo, no considerar que si se ha trabajado en los perímetros de polígonos regulares, el perímetro es un argumento "terminado y cerrado", porqué habrá que volver para figuras curvilíneas o irregulares, por ejemplo.
- (7) Una enseñanza estructurada en tiempos lentos y largos, pero en la conciencia de que esto es difícil en una sociedad que premia la velocidad como valor absoluto y que esta elección contradice los tiempos agitados y sincopados, en particular de las escuelas secundarias. Pero esto es necesario para prestar atención a los errores, a las dificultades, a los obstáculos de diverso carácter (cognitivos, epistemológicos, lingüísticos...) de los/as alumnos/as. En particular, la cuestión de la velocidad surge en las pruebas institucionales de evaluación.
- (8) La voz *embodiment* en la enciclopedia italiana Treccani dice "... la reflexión sobre los aspectos corporales y encarnados (*embodied*) de los procesos cognitivos y mentales ha tenido lugar desde la década de 1980 en diferentes disciplinas, desde la lingüística

cognitiva hasta la inteligencia artificial, desde la neurobiología hasta la fenomenología, y se ha convertido en un centro en la investigación filosófica sobre la mente y la cognición entre la década de 1990 y la primera década del siglo XXI. Ya G. Lakoff y M. Johnson en sus estudios clásicos de la metáfora, a partir del uso de metáforas lingüísticas, habían destacado el componente de los aspectos operativos del cuerpo en el origen de los estados mentales y el lenguaje; y estas líneas de investigación guían áreas de psicolingüística actual y lingüística cognitiva. Por lo tanto, *embodiment* significa incorporar conceptos, vivirlos en el cuerpo y en la propia historia y condición, para entender y dar sentido a las matemáticas. Por ejemplo, reconocer las metáforas espaciales del tiempo visibles en los gestos y expresadas con las palabras que usamos a diario: mirar y armar hacia adelante para indicar el futuro y hacia atrás para indicar el pasado (en nuestra cultura); pero también se usan palabras como "cercano, contiguo, siguiente" que indican momentos de tiempo con referencia a localizaciones espaciales. También en la lógica se dice por ejemplo "siguiente". En la teoría de la probabilidad que se hacen "diagramas de árboles". En el recuento, se utilizan agrupaciones y una organización espacial.

- (9) Vivir las matemáticas con el cuerpo está muy impedido por la estructuración de las clases, no a menudo adecuada para el movimiento porque son demasiado pequeñas y rígidamente estructuradas lo que implica una enseñanza frontal. El cuerpo atascado en los bancos es una emergencia tal que la Comisión Europea en la Agenda 2030 ha incluido la lucha contra el sedentarismo.
- (10) **Modelización** (matemáticas): proceso cognitivo que conduce a la construcción de un modelo simplificado de una situación real que puede ser manipulado con herramientas matemáticas como un cálculo, una expresión, una fórmula algebraica, un gráfico; modelo matemático: representación cuantitativa de un fenómeno natural que es una descripción en términos matemáticos, por lo tanto a través de funciones, ecuaciones..., de un fenómeno real capaz de describir los vínculos entre las magnitudes características del fenómeno.
- (11) **Teoría de los campos conceptuales** de Gerard Vergnaud: un campo conceptual es un conjunto de problemas y situaciones para tratar conceptos, procedimientos y representaciones de un tipo diferente, pero en estrecha conexión entre sí, por ejemplo. el campo conceptual de las estructuras de multiplicación que incluye la multiplicación y la división como inversa de multiplicación, fracciones, proporciones, números racionales, análisis dimensional, funciones lineales, proporcionalidad...

Bibliografia con referencia a las notas anteriores (en italiano)

- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática*. Bologna: Pitagora.
- Gibbs, R. W. (2005). *Embodiment and cognitive science*. Cambridge (MA): Cambridge University Press
- Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. New York: McGraw-Hill
- Lakoff, G. , Johnson, M. (1998), *Metafora e vita quotidiana*. Milano: Strumenti Bompiani.
- Lakoff, G. , Johnson, M. (1999). *Philosophy in the flesh: the embodied mind and its challenge to western thought*. New York: Basic Books
- Lakoff, G., Núñez, R. E. (2005). *Da dove viene la matematica. Come la mente embodied dà origine alla matematica*. Torino: Bollati Boringhieri,
- Monteiro, A., & Mendes, J. R. (2008). *A Etnomatemática no encontro entre práticas e saberes: espaços de tensão e negociação de sentidos*. Conferencia presentada en el 3º Congresso Brasileiro de Etnomatemática, UFF, Niterói, Brasil.
- Shapiro, L. (2004) *The mind incarnate*. Cambridge (MA): The MIT Press
- Vergnaud, G. (1994). *Il bambino, la matematica, la realtà*. Roma: Armando Editore