

3451

settembre 2008 vol. 57, n. 3

# Cooperazione Educativa

La rivista pedagogica e culturale del Movimento di Cooperazione Educativa

Einstein e le tabelline

Ed. Erickson - Trimestrale - Poste Italiane s.p.a. - Sped. in A.F. - D.L. 353/03 (conv. in L. 27/02/04 n. 46) art. 1, c. 1, DCB Trento.  
In caso di mancato recapito inviare all'Ufficio di Trento CPO. Versatore del conto per restituzione al mittente, previo pagamento ics.

Erickson

# La Formazione

## L'officina matematica

CONVERSAZIONE CON EMMA CASTELNUOVO

### Radici e ragioni di un metodo

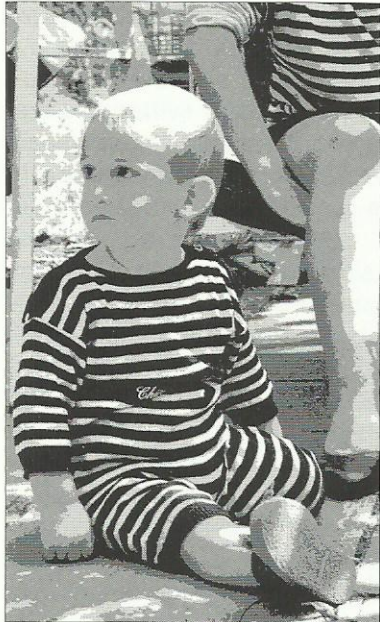
**G**ratitudine. Infinita gratitudine. Questo è il sentimento che provo ogni volta che penso a Emma Castelnuovo. Ho avuto la fortuna di avere avuto Emma come insegnante di matematica alla scuola media e sono sempre più persuaso che molto del mio modo di ragionare, pensare e guardare sia legato a quella straordinaria esperienza vissuta quarant'anni fa.

Emma ha dedicato tutta la sua vita alla matematica, impegnandosi con perseveranza nella difesa della qualità e direi quasi dell'onore di questa disciplina, così trascurata nella nostra scuola e nel nostro Paese, così poco propenso alla precisione, alla chiarezza, all'essenzialità, alla consequenzialità logica e alla coerenza formale

ed estetica tra le cose. Ma ancora più della matematica Emma ama il mondo, la storia, le vicende degli uomini e delle culture.

Nel suo insegnare e nei suoi libri di testo (ancora attualissimi, anche se purtroppo boicottati dal mercato dell'editoria scolastica), non c'è argomento matematico che non venga introdotto raccontando chi per primo lo ha pensato e quali erano le condizioni di vita e i mestieri nella terra dove fu compiuta quella scoperta.

Nel suo esplorare e proporre la matematica e la sua storia c'è un continuo insistere sulla materialità del pensare e sulla praticità che sta all'origine di molte astrazioni, da Archimede ai ragazzi che abbiamo davanti oggi. Questo punto di vista, radicalmente innovativo rispetto a una tradizione che vorrebbe la matematica pura, superiore e sommamente astratta, nasce dall'esigenza, che



Emma sentì dal suo primo giorno di scuola da insegnante, di elaborare un metodo che rendesse la matematica alla portata di tutti, partendo dalla connessione originaria tra mani, occhi e ragionamenti. Una connessione che la scuola generalmente abbandona con il crescere dei ragazzi e che oggi si pratica sempre di meno, anche nella scuola di base, a causa di un progressivo inaridimento delle sperimentazioni pedagogiche sul campo.

Quando Emma nell'estate del 2002, a quasi 90 anni, ci ha proposto di fare qualcosa per mantenere viva la pratica del suo metodo, mi è venuta l'idea di organizzare dei laboratori periodici in settembre, nella casa-laboratorio di Cenci, per due motivi: perché ascoltare direttamente le lezioni di Emma pensavo fosse uno dei migliori regali che si potessero fare a chi insegna e perché mi sembrava un'ottima occasione per incontrare praticamente un metodo e diffondere la costruzione e l'uso di strumenti che raramente circolano nelle scuole. Tra

l'altro Emma ha avuto una grandissima influenza nell'impostazione originaria delle nostre ricerche astronomiche e l'organizzazione della sua «officina matematica» a Cenci mi sembrava un'ottima occasione per ritornare a ragionare sulle origini di tante costruzioni per l'osservazione del cielo, e un modo di rendere omaggio a chi, più di ogni altro, ci aveva insegnato a guardare.

Rileggendo le lezioni di Cenci ora pubblicate (Emma Castelnuovo, *L'officina matematica*, Bari, La Meridiana), la cosa che più meraviglia è la lucidità e la passione con cui Emma affronta alcuni problemi del presente, proponendo un'ipotesi da prendere molto sul serio: la matematica, come linguaggio universale, se insegnata manipolando materiali e attraverso un lavoro di gruppo, non solo può aiutare la cooperazione tra ragazzi di provenienze diverse, ma può anche contribuire all'apprendimento e a un uso corretto della lingua per chi arriva oggi nelle nostre scuole da Paesi lontani e per chi vive qui e non sa parlare e scrivere con chiarezza...

Scorrendo le sue pagine e le relazioni dei laboratori proposti a Cenci, mi vengono in mente alcune domande che riguardano da vicino noi del MCE: quanto un metodo può camminare con le sue gambe al di là e oltre chi lo ha elaborato e senza il sostegno di un gruppo di ricerca vivo e attivo? Come far sì che elaborazioni così preziose non si perdano?

L'influenza di Emma Castelnuovo è stata profonda ed è un riferimento costante per molti individui che lavorano nella ricerca didattica. Più difficile da seguire e proseguire, mi sembra, la sua capacità di pensare in grande e collegare costantemente singole questioni didattiche a una visio-

ne del mondo, della storia, della cultura intesa nel senso più ampio. Ed è proprio di questo che abbiamo maggiormente bisogno, oggi.

*Nella tua esperienza di scuola, quando hai cominciato a sentire la necessità di cambiare qualcosa nell'insegnamento della matematica?*

Ho cominciato a sperimentare un nuovo metodo in prima persona, cercando di superare le difficoltà che incontravo nell'insegnamento.

Nel settembre del 1938 il governo fascista aveva stabilito che gli ebrei non potessero più frequentare la scuola pubblica. Fu però data la concessione di istituire scuole per allievi ebrei, sotto il controllo di un Commissario Ministeriale: fu in quegli anni che cominciai a insegnare alle magistrali, alla scuola ebraica.

Poi tutto avvenne in modo miracoloso. Il 4 giugno si liberò Roma e io ricevetti la lettera del Ministro che mi assegnava un posto nella scuola pubblica. In quel primo anno, in cui mezza Italia era ancora occupata dai tedeschi, io mi accorsi subito che l'insegnamento della geometria euclidea non andava proprio. Ebbi l'occasione di conoscere il libro di un grande matematico e astronomo francese, Alexis Claude Clairaut, che aveva scritto i suoi elementi di geometria per una marchesa a cui dava lezioni, una donna intelligente che, però, della geometria non riusciva a capire niente. In questo libro Clairaut proponeva di partire dalla realtà, cioè dal calcolo delle aree dei campi.

Di questo metodo, che stavo cominciando a sperimentare in classe, parlai a un corso organizzato dall'Istituto romano di cultura ma-

tematica, in cui presentai il mio lavoro sull'insegnamento della geometria scandalizzando molti. Ma in classe vedevo che andava bene, così continuai per la mia strada.

*In un ricordo di tuo padre, tu citi una sua conferenza in cui diceva: «A mio avviso occorre accostare a ogni passo la teoria all'esperienza, la scienza alle applicazioni. Si eviterà in tal modo di perdere quel senso del reale che è tanto necessario nella vita e nella scienza». E aggiungeva: «I padri ci affidano i loro figli perché noi ne formiamo degli uomini atti a comprendere la vita di cui oggi vivono le nazioni. Se noi non teniamo conto di queste esigenze, se, per amore della cultura, soffochiamo in questi allievi il senso pratico e lo spirito di iniziativa, noi manchiamo al maggiore dei nostri doveri».*

Questo intervento mio padre lo fece in un congresso della Mathesis del 1912 ma non ebbe nessuna influenza perché anche i matematici più aperti non sentivano questa esigenza. Nell'ambiente dei matematici agli inizi del Novecento non si pensava minimamente che ci potesse essere una relazione tra matematica e realtà...

*Nell'elaborazione del tuo metodo chi ti ha maggiormente sostenuto?*

Dopo quell'intervento che feci a Roma, Federigo Enriques mi telefonò entusiasta. Allora ho avuto coraggio e l'ho pubblicato. Nel 1948 François Goblot, che dirigeva una rivista di pedagogia, mi ha invitato ad andare a Sèvres, dove facevano dei corsi per insegnanti, ma sono stata attaccata duramente da un professore francese, che ha chiamato ciò che facevo il *metodo delle mani sporche*.

La proposta delle esposizioni matematiche curate dai ragazzi, che ho iniziato a partire dal 1971, la devo a Paul Libois, che faceva esposizioni all'Università di Bruxelles, e alla scuola Decroly di Bruxelles che ha compiuto proprio ora cento anni.

*Ci sono pedagogisti che hai conosciuto e che ti hanno influenzato?*

Decroly non l'ho conosciuto mentre in un'occasione ho ascoltato Maria Montessori. Decroly si legava molto alla realtà, alla natura ed è interessante sottolineare che sia lui che la Montessori hanno creato i loro metodi per facilitare bambini che avevano delle difficoltà, anche se credo che non si siano mai conosciuti. Tutti e due nascono medici e si misurano con esperienze dirette di insegnamento.

Nel 1951, tornando dalla Francia, sono passata da Ginevra perché volevo conoscere Piaget. Mi ha dato appuntamento in un piccolo caffè tranquillo ed è arrivato in bicicletta. A me interessava particolarmente la questione degli angoli di cui lui si occupava proprio in quel periodo. Aveva ragione, poiché le difficoltà che i ragazzi incontrano con gli angoli sono enormi perché gli angoli sono infiniti. Quando li si disegna su un foglio sono finiti, quindi non ci si pensa. Tra l'altro, in italiano, c'è anche una confusione generata dal linguaggio. Si dice «ci troviamo all'angolo della strada» e in quel caso l'angolo ti si presenta in un certo modo, poi si parla dell'angolo della stanza e l'angolo si presenta in tutt'altro modo. C'è di mezzo il concetto di infinito, che è molto complesso.

*Nelle tua didattica l'imparare a guardare mi sembra un cardine*

*dell'insegnamento, e purtroppo è una cosa che ancora oggi si fa troppo poco nella scuola. Quali origini ha e come è nato in te il desiderio di connettere il guardare e il pensare?*

L'importanza di questa connessione mi deriva senz'altro dagli studi universitari e in particolare da Federigo Enriques, con cui ho fatto il corso di geometria superiore. Lui vedeva nello spazio e ci invitava continuamente a guardare con la mente. Eravamo pochissimi al corso di geometria superiore e questo esercizio di abituarci a vedere con gli occhi della mente era continuo. Era l'insegnamento di un grande matematico...

Io credo che non si studi quasi più matematica all'Università non perché i futuri matematici non vogliono finire a fare gli insegnanti, ma perché la matematica non è insegnata quasi mai come una materia viva, né all'Università né nella scuola superiore. Viene trattata come una disciplina da insegnarsi in maniera «distaccata». Una matematica capace di aprire la mente interessa e appassiona i ragazzi, ma spesso i professori sono i primi ad avere i paraocchi e così non viene certo voglia di studiarla.

*Gli oggetti e gli strumenti didattici che negli anni hai costruito pongono con forza la questione dello sguardo. Sono costruzioni, talvolta anche imperfette, che invitano a guardare, toccare, ragionare. Tu dici sempre: «È importante ragionare bene su figure fatte male».*

Certo, perché anche una costruzione fatta male può essere vista in un'altra maniera... E poi mettere a confronto le cose è importantissimo. Basta mettere due penne in verticale e osservare le loro ombre quando sono illumina-

nate dal sole e da una lampadina: si vedono subito moltissime differenze.

*Una cosa che manca molto oggi nella scuola è il rapporto mano-cervello...*

Non c'è per niente e sempre meno ci sarà, perché non si sanno più adoperare le mani. Io ho sempre invitato a costruire, anche male, non sapendo nemmeno io costruire bene...

*L'uso della mano nella costruzione degli oggetti, nel mio ricordo, ci portava a imparare a ragionare, a cercare una logica in ciò che andavamo costruendo, anche confrontando i ragionamenti diversi che facevamo tra noi in classe...*

Costruire insieme mette tutti allo stesso livello, mentre la testa crea maggiori diversità. È vero che anche le mani sono diverse, però nel complesso i ragazzi vengono uniti maggiormente dal gioco delle mani.

*Qui arriviamo a un altro nodo del tuo insegnamento: il desiderio che tutti arrivino ad apprendere.*

Certo, ci devono arrivare tutti... e ci arrivano tutti. Ci sarà qualcuno che ha più difficoltà, ma in complesso ci possono arrivare tutti perché, lavorando con le mani e osservando, i ragazzi si aiutano tra loro, aiutano il compagno che incontra maggiori difficoltà a raggiungere i risultati degli altri. Non conta solo la spiegazione del maestro, ma anche quella dei compagni che in genere adoperano esempi più semplici.

*Quale consiglio daresti a chi comincia a insegnare?*

Non avere mai fretta! Tutti pensano al programma ma io dico: non

è importante svolgerlo per forza tutto. L'importante è che tutti capiscano, che fra loro gli studenti si possano aiutare. Non si deve andare avanti finché l'ultimo non ha capito. Tornare su uno stesso argomento, anche a distanza di un anno, è molto importante. Ci sono cose che non si dimenticano. Non si dimenticano le cose che si sono viste e su cui si è operato.

*Ricordo che tu entravi in classe sempre puntualissima e di corsa. Avevi una specie di urgenza che a noi emozionava. Non c'era tempo da perdere perché sembrava che ogni volta avessimo delle scoperte da fare. Ricordo, ad esempio, la volta in cui introducesti lo studio delle affinità facendoci osservare i disegni che faceva la luce del sole entrando dalla finestra. A distanza di quarant'anni da quella esperienza ti domando: come preparavi le tue lezioni?*

Avevo chiaro l'argomento da trattare, ma dalle domande e dalle difficoltà che incontravate voi ragazzi la lezione poteva prendere un indirizzo diverso. A scuola, se ben condotti, si può imparare a osservare e a arrivare a fare delle scoperte, partendo da osservazioni attente.

Per esempio, alcune proprietà delle affinità si possono scoprire confrontando le ombre di figure geometriche provocate dal sole e quelle provocate da una lampadina. L'importante è far vedere le due cose insieme e notare le differenze, altrimenti non ci si accorge di niente. L'ombra data da una lampadina, poi, può fare scoprire anche altre cose. Se la lampadina è protetta da un paralume cilindrico, ad esempio, la luce disegna sulla parete delle coniche. Osservare le diverse sezioni del fascio di luce che si disegnano su una parete può portare a scoper-

te importanti: cioè che le coniche siano un tutt'uno. L'esistenza di continuità tra l'ellisse, la parabola e l'iperbole è una scoperta recente di un secolo e mezzo fa.

Le coniche si conoscevano sin dall'antichità, ma erano separate una dall'altra. Mentre questa visione unitaria forse è stata possibile averla da quando è stata inventata la lampadina, perché la lampadina facilita l'osservazione del passaggio da una conica all'altra.

*In tutto il tuo insegnare, è sempre fortemente presente la storia della matematica, che purtroppo nella scuola è quasi completamente assente.*

Ci sono un'infinità di storie curiose e affascinanti che invitano a ragionare, come quella della fondazione di Cartagine. Didone veniva dal Libano e quando arrivò sulla costa tunisina, dopo mesi di navigazione, pensò: «mi piacerebbe costruire qui la mia città». Allora domandò se poteva avere della terra e il re di quel luogo, prendendola in giro, le rispose: «te ne dono una porzione grande come la pelle di questa vacca». Lei allora tagliò la pelle in strisce così sottili che, unite tra loro, composero un perimetro enorme di forma semicircolare. Così costruì la città. Ecco storia, leggenda e racconti di vicende che non si dimenticano.

*Perché, secondo te, è così assente nella scuola la storia della matematica? Perché si preferisce presentare la matematica come una cosa data?*

Nell'insegnamento della matematica la storia è come se non esistesse. I ragazzi sono così portati a mettere tutto insieme, da Euclide a oggi, senza

## L'officina matematica

avere nessuna cognizione delle scoperte, dell'evoluzione delle idee, delle epoche e dei luoghi dove sono vissuti i matematici. Credo che questo dipenda dalla formazione universitaria. L'importanza della storia io l'ho appresa all'Università, frequentando un ottimo corso di storia della matematica tenuto da Federigo Enriques.

*In questo evocare continuamente la storia c'è anche l'idea che la matematica sia una cosa viva, una cosa che cambia nel tempo. Ci sono matematici a cui tu sei più legata?*

Io credo che insegnando sia importante riferirsi soprattutto alla matematica antica: ad esempio,

non fa impressione pensare che Archimede, che se ne stava a Siracusa, ogni tanto andava al Cairo per scambiare le sue idee con altri? Come faceva? Viaggiare mica era facile come oggi. Questo partire, navigare, andare dalla Sicilia in Egitto come se fosse niente me lo rende simpatico.

*Tu hai riservato sempre un'attenzione molto grande alla natura. Come se la natura ci potesse insegnare la matematica e noi si possa guardare meglio la natura con occhi matematici.*

Più che di natura io parlerei di realtà. Realtà che è cambiata e sta cambiando. È ovvio che una volta era la natura a prevalere, ma oggi ciò che interessa non è tanto la

natura, ma quello che si costruisce. Ci sono tante costruzioni che ci circondano ma noi, andando in giro, non le guardiamo mai. Forse è perché siamo più attratti dal movimento. Se vedi un'impalcatura fissa non ci pensi, ma quando la vedi montare, allora ti accorgi che senza triangoli non rimane fissa, non si tiene.

Mi torna in mente, a questo proposito, un episodio successo in Francia, a Royaumont. Nel 1959 in un'antica abbazia non più utilizzata fu convocato un convegno internazionale dall'OECE (Organizzazione Europea di Cooperazione Economica). Eravamo una settantina di persone: tutti professori universitari e solo qualche insegnante di scuola



secondaria. Restammo lì per due settimane e c'erano i più grandi matematici del mondo, che tennero conferenze di grande interesse.

Un giorno intervenne un certo professor Jean Dieudonné, che credo pesasse almeno centoventi chili. Cominciò dicendo: «Basta, la geometria euclidea non si deve più insegnare perché non serve assolutamente a niente. Del resto è un'assiomatica basata tutta sul triangolo e dov'è questo triangolo? Nell'epoca nostra il triangolo dove ha importanza?».

Mentre diceva questo lui stava seduto dietro a un tavolo lunghissimo, retto da due grandi capriate. Se non ci fossero state quelle capriate triangolari il tavolo non si sarebbe retto! Finito il suo intervento, fui la prima a chiedere la parola perché non ne potevo più e, con il coraggio dell'incoscienza, dissi: «Guardi, senza il triangolo quel tavolo che ha davanti gli crollerebbe immediatamente addosso, con tutti i suoi fogli sopra...».

Fu in quella conferenza che fu lanciata l'insiemistica, invitando i professori di matematica di tutto il mondo a cambiare radicalmente i programmi.

*Tornando al rapporto tra matematica e realtà, tu fai molto spesso riferimento all'arte e all'architettura.*

Il caso della prospettiva è molto interessante. Le leggi sulla prospettiva, studiate dal punto di vista matematico, sono venute molto dopo le scoperte fatte dai pittori. Nell'arte si studia e si scopre la prospettiva già nel Quattrocento, mentre fino al Seicento la prospettiva non è matematizzata. Perché questi studi non sono nati prima? Perché i matematici non guardavano la realtà. Mentre un pittore,

volendo rappresentare una città, si è trovato davanti al problema che la visione non corrispondeva alla realtà.

È importante far vedere ai ragazzi quadri e dipinti di prima e dopo la scoperta della prospettiva. Così notano le differenze, operano dei confronti e nascono ipotesi, idee, pensieri...

*Da quanto dici emerge un altro elemento: il rapporto tra l'artigianato, i mestieri e le conoscenze. Hai sempre sostenuto che coloro che fanno mestieri che hanno una forte componente manuale e pratica hanno notevoli intuizioni geometriche, ad esempio rispetto ai volumi.*

Certo, perché *toccare è osservare*. L'osservazione viene aiutata dalla mano e io mi chiedo: che cosa succede ora che la mano non si adopera quasi più? Ci sono programmi per l'insegnamento della geometria con il computer. Sullo schermo, però, le figure si vedono ma non si toccano. Quindi tu vedi, ma non ti vengono in mente tanti problemi. Problemi e domande che invece arrivano quando tocchi, manipoli.

*In un'immaginaria gerarchia, quali sono i concetti che più ti piacerebbe che incontrassero i ragazzi nella scuola media?*

L'infinito e l'infinitesimo. L'infinitamente grande e l'infinitamente piccolo. Però per arrivare a quei concetti non puoi lavorare tanto con i materiali. Una formica che va verso una mollica di pane percorre un tragitto. Prima ne fa la metà, poi la metà della metà, poi ancora la metà della metà della metà, insomma non arriva mai... È il fascino dell'infinitesimo. La formica arriverà mai a prendere la mollica di pane?

*In questo esempio c'è un contrasto tra la logica e la realtà.*

Questo è il fatto, perché va da sé che la formica ci arriva... Però, ragionando, sembra che non ci debba arrivare mai perché qualsiasi tratto di percorso può essere sempre diviso a metà.

*Come si sono diffusi nella scuola i materiali che hai creato?*

Quando La Nuova Italia era nel suo fulgore, domandai a Sergio Piccioni se poteva fare qualcosa per costruire e diffondere nelle scuole alcuni materiali di cui proponevo l'uso nei miei libri. Lui allora fece realizzare alcune scatole con dei materiali: asticelle, cubi, stanghette simili a quelle del mecano, lucidi per la lavagna luminosa con figure mobili che si spostavano... Tutte cose che non esistono più. Per questo c'è bisogno che qualcuno riprenda il lavoro, che non si perdano le esperienze fatte. È pensando soprattutto ai giovani che cominciano ora a insegnare che iniziative come quella dell'*officina matematica* mi sembrano importanti.\*

(a cura di Franco Lorenzoni)

\* L'officina matematica di Emma Castelnuovo si svolgerà quest'anno a Cenci dal 19 al 21 settembre e sarà dedicata a «Matematica e architettura». Per informazioni [www.cencicasalab.it/cenci](http://www.cencicasalab.it/cenci).

Emma Castelnuovo ha insegnato matematica nella scuola media, ha partecipato alla revisione dei programmi della scuola media del 1979, ha contribuito con il suo lavoro e con libri di testo al rinnovamento dell'insegnamento della matematica in Italia e all'estero.