

Elementi di prove di verifica

Formula di Bayes e gioco equo

1. In un torneo di calcio all'italiana si sa che la squadra A ha vinto il torneo. Ricordo che le squadre che hanno disputato l'altra semifinale erano B e C, ma non ricordo più quale delle due sia arrivata in finale. Se la squadra B aveva probabilità $\frac{2}{5}$ di battere la squadra C in semifinale e la squadra A aveva probabilità $\frac{1}{4}$ di battere C e $\frac{2}{3}$ di battere B, qual è la probabilità che l'altra squadra finalista sia stata la B?
2. Antonio vuole costruire un puzzle da 300 pezzi. La sorella ha messo i pezzi di due puzzle diversi, uno da 300 e uno da 100 pezzi, in due contenitori uguali. Antonio non sa qual è il contenitore che deve prendere, sa solo che la sorella, nel rimettere a posto i pezzi, ha cambiato di posto a 30 di essi. Antonio prende un pezzo, scegliendo a caso da uno dei due contenitori. Che probabilità ha di pescare un pezzo utile?
Se Antonio ha preso un pezzo utile, che probabilità c'è che provenga dal contenitore giusto?
3. La probabilità che l'azienda A, produttrice di videogiochi abbia un incremento del fatturato è $\frac{2}{3}$. In base ai dati delle gestioni precedenti, si sa che l'azienda ha un incremento del 2% con probabilità $\frac{1}{2}$; un incremento del 5% con probabilità $\frac{1}{3}$; un incremento del 10% con probabilità $\frac{1}{6}$. Sapendo che l'azienda, a fine anno, non ha avuto un incremento del 10%, qual è la probabilità che abbia avuto un incremento del fatturato del 5% ?
4. In un'urna vi sono 3 palline rosse e una nera. Si gioca ad estrarre una coppia di palline alla volta. Saresti disposto a scommettere con un tuo amico alla pari in questo modo:
Vinci se esce la coppia "rossa-nera"
Vince il tuo amico se esce la coppia "rossa-rossa"?
5. In un'urna vi sono 8 palline rosse, 6 nere e 5 verdi. Si gioca in due ad estrarre una coppia di palline alla volta. Uno dei due giocatori vince se esce la coppia "rossa-rossa" e l'altro se esce la coppia "rossa-nera"; gli altri casi non vengono considerati.
Quale dei due giocatori ha maggiore probabilità di vincere? Come deve essere la ripartizione delle quote perché il gioco sia equo?

Griglia di correzione ed osservazioni

1. 16/25
2. 0,6 ; 0,75
3. $\frac{1}{4}$
4. Nel caso dell'esercizio 4, gli studenti spesso rispondono che la scommessa alla pari non è accettabile, perché sono fuorviati dal fatto che le palline rosse sono il triplo di quelle nere. Il calcolo combinatorio può essere utile per calcolare il numero di coppie possibili nei vari casi. Si trova che la coppia "rossa-nera" si può avere in tre modi e così la coppia "rossa-rossa"; si ha $P(\text{rossa-nera}) = P(\text{rossa-rossa}) = \frac{1}{2}$ per cui la scommessa alla pari è equa.
5. In questo caso la scommessa alla pari non è accettabile; infatti la coppia "rossa-rossa" si può avere in 28 modi, mentre la coppia "rossa-nera" si può avere in 48 modi. Il gioco sarà equo se il giocatore che scommette sulla coppia "rossa-nera" è disposto a pagare una somma che sia $\frac{12}{7}$ di quella che scommette il suo avversario.