

## Elementi di prove di verifica

### Disequazioni

1. Indica per quali valori di  $x$  è vera la disuguaglianza  $x^2 + x < x^2 + x + 1$
2. Risolvi la disequazione  $|x - 2| \geq |x - 6|$ .  
 (È opportuno interpretare una scrittura del tipo  $|x - 5|$ , come “la distanza di  $x$ , punto mobile sulla retta delle ascisse, dal punto 5” e seguire dinamicamente che cosa significa ciò per diverse posizioni di  $x$ . Successivamente, la scrittura  $|x - 5| \geq 2$  viene facilmente interpretata come “le posizioni di  $x$  sulla retta tali che la sua distanza da 5 sia maggiore o uguale a 2”. Infine la scrittura  $|x - 2| \geq |x - 6|$  si interpreta come “le posizioni in cui  $x$  è più distante da 2 che da 6”)

### Confronto fra funzioni

3. In un opportuno sistema di riferimento, disegna il grafico di  $y = x^2$ .  
 Quindi, nello stesso sistema di riferimento, disegna i grafici di:  
 $y = x^2 - 3$        $y = -(x + 1)^2$        $y = |x^2 - 1|$
4. Considera le equazioni  $y = a/x$      $y = ax^2$ ; che tipo di diagramma rappresentano rispettivamente nel sistema di assi cartesiani  $xOy$ ?  
 E nel sistema di assi cartesiani  $aOy$ ?
5. In un opportuno sistema di riferimento, disegna il grafico di  $y = \sin x$ .  
 Quindi, nello stesso sistema di riferimento, disegna i grafici di:  
 $y = 2 + \sin x$      $y = \sin(-x)$      $y = \sin|x|$
6. Ricordando che  $e^x$  è una funzione crescente, e tenendo presente il grafico della funzione  $y = \sin x$  e le sue caratteristiche, studia il segno della funzione  $y = e^{\sin x}$  definita nell'intervallo  $[-2\pi; 2\pi]$  e determina i suoi punti di massimo e di minimo.
7. Qual è la funzione inversa della funzione  $y = (x + 4)/x$ ?

### Tipologie di funzioni

8. La temperatura del mare varia nel corso dell'anno secondo una legge che con buona approssimazione si può ritenere di tipo sinusoidale:  $y = A + B \sin(Cx + D)$ .  
 In questa formula,  $x$  denota il giorno dell'anno ( $x = 1$  corrisponde al 1° gennaio;...  $x = 20$  corrisponde al 20 gennaio;...  $x = 365$  corrisponde al 31 dicembre), mentre  $y$  denota la corrispondente temperatura (misurata in gradi centigradi).  
 Determina le costanti  $A, B, C, D$ , in accordo con i seguenti dati, desunti da una serie di rilevamenti sperimentali effettuati in una località marittima italiana:
  - periodicità della funzione : 365 giorni;
  - temperatura minima: 9° C registrata il 20 gennaio;
  - temperatura massima: 23° C, registrata il 20 luglio.
9. Esprimi le funzioni che legano l'area della superficie laterale di un cubo e il volume del cubo alla misura dello spigolo. Disegna l'andamento grafico delle due funzioni su un piano cartesiano. Cosa puoi dire, relativamente alla crescita della funzione area, rispetto a quella della funzione volume, all'aumentare della misura dello spigolo?
10. Siano  $f(x) = x^2 - 1$  e  $g(x) = (x + 1)^2$ ; completa la tabella seguente:

$x$	$f(x)$	$g(x)$	$f(g(x))$	$g(f(x))$
2			80	16
		4		81
$x$	$x^2 - 1$			

11. Sapendo che la resistenza della struttura ossea è proporzionale alla sezione delle ossa e che il peso è proporzionale al volume di un corpo, sapresti dire se può esistere un uomo che sia alto dieci metri, ma che sia proporzionato (nel senso che sia simile a un uomo normale)? Sapresti dire perché gli elefanti hanno le zampe così larghe?
12. Due funzioni che sono l'una l'inversa dell'altra hanno grafici simmetrici rispetto alla bisettrice del primo e del terzo quadrante. Disegna i grafici delle funzioni inverse di  $y = 2^x$  e di  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
13. Nel film, *Un sogno per domani*, un bambino di scuola media ha un'idea per migliorare il mondo: questa idea prevede di *passare un favore a tre persone diverse*, richiedendo che ciascuna di esse faccia altrettanto con altre tre persone. Supponendo che, mediamente, ogni persona impieghi un mese a passare i tre favori, quanto tempo sarebbe necessario affinché ogni abitante della terra venisse coinvolto in questo grandioso progetto? (Si fa l'ipotesi, inverosimile, che i favori non siano sempre "passati" a persone diverse).

#### Area sottesa da un grafico

14. Supponi di ricordare solamente come si calcola l'area di un rettangolo. Con quest'unica formula a disposizione come potresti dare una stima dell'area di una semicirconferenza di raggio 1? E dell'area della regione finita di piano individuata dalla parabola  $y = 3 - x^2$  e dall'asse  $x$ ? Come potresti migliorare la stima da te trovata? Come puoi dare una stima dell'errore commesso?