

Si può fare un riassunto in matematica?

Livello scolastico: 1° biennio

Abilità	Conoscenze	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
Esprimersi nel linguaggio naturale con coerenza e proprietà. Usare, in varie situazioni, linguaggi simbolici. Analizzare semplici testi del linguaggio naturale. Calcolare somma, prodotto, quadrato di polinomi. Utilizzare le proprietà delle operazioni tra i numeri per risolvere equazioni.	Linguaggio naturale e linguaggio simbolico. I polinomi e le loro operazioni. Il grafo di calcolo di un'espressione. Funzioni elementari. Zeri di una funzione lineare, equazioni.	<u>Argomentare</u> , <u>congetturare</u> , <u>dimostrare</u> Numeri e algoritmi Relazioni e funzioni	Lingua italiana Lingue straniere

Contesto

Linguaggi.

L'interdisciplinarietà tra matematica e lingua può essere interpretata secondo due modalità diverse e complementari:

- da una parte, se si mette al centro dell'attenzione il mezzo linguistico di comunicazione, ad esempio la lingua italiana (e questo vale anche per le altre lingue moderne usate nella comunicazione) si nota che la lingua, in quanto mezzo di espressione comune, offre a tutte le discipline la possibilità di capirsi; cioè, ci si esprime in italiano, sia per parlare di matematica, sia di fisica, sia di storia, sia, ovviamente, di italiano;
- dall'altra, se si guardano le cose dal punto di vista della matematica, si nota che la matematica (e questo vale anche per le altre discipline) come oggetto di studio, può essere spiegata e studiata sia in italiano, sia nelle altre lingue parlate e scritte.

Ora la lingua, ora la matematica, offrono, a seconda del punto di vista, la possibilità di "tradurre" qualcosa da un campo all'altro.

Il passaggio semantico può verificarsi o da una disciplina all'altra (matematica, storia, chimica, ecc.) se la lingua è la stessa, quindi l'elemento comune è la lingua; o da una lingua all'altra (italiano, inglese, francese, ecc.) se tutte trattano una medesima disciplina, ad esempio la matematica e quindi l'elemento comune è la matematica.

Abilità acquisite all'interno di una disciplina possono utilizzarsi in un'altra di solito vista come lontana. Le formule sono un espediente per scrivere in modo sintetico (riassumere) concetti che si possono esprimere anche a parole.

In matematica, oltre alle operazioni, si possono fare anche riassunti così in lingua, oltre ai riassunti, si possono fare operazioni!

Si può definire operazione linguistica qualsiasi intervento su un enunciato che ne trasformi la formulazione.

L'attività vuole mostrare come operazioni "linguistiche" di traduzione e riassunto siano utilizzate costantemente anche in ambito matematico, in particolare è evidente la loro funzione nella costruzione di enunciati che rappresentano definizioni o parti essenziali di proposizioni e, teoremi.

Infatti tali enunciati devono possedere due elementi fondamentali: devono *riassumere* la natura, la forma o altre caratteristiche e proprietà degli oggetti e concetti matematici a cui si applicano e devono *tradurre* in *linguaggio specifico* il *linguaggio naturale*.

Descrizione dell'attività

L'insegnante chiede agli studenti: *sapete dare una definizione di circonferenza?*

Dopo un momento di perplessità gli studenti provano a dare una risposta.

Ecco alcuni esempi di risposte:

1. La circonferenza è la curva che racchiude il cerchio.
2. E' una linea chiusa che non cambia curvatura.
3. La circonferenza è una figura piana a contorno curvo.
4. La circonferenza è il luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro.
5. La circonferenza è il perimetro del cerchio.
6. La circonferenza è una curva che ha equazione $x^2+y^2=r^2$.

7. La circonferenza è 

Nelle risposte si osserva che, a parte alcuni errori che nascono dalla confusione peraltro molto diffusa tra circonferenza e cerchio, le risposte date dagli studenti si possono classificare su diversi livelli:

Livello A: definizione discorsiva, con linguaggio naturale corretto, non matematico.

La circonferenza è la curva che racchiude il cerchio.

8. E' una linea chiusa che non cambia curvatura.

Livello B: discorsiva, in lingua italiana ma con linguaggio matematico corretto.

La circonferenza è il luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro.


Livello B bis: riassunto in lingua italiana con linguaggio matematico non corretto.

La circonferenza è il perimetro del cerchio.

Livello C: con linguaggio simbolico interamente matematico.

9. La circonferenza è una curva che ha equazione $x^2+y^2=r^2$.

Livello D: rappresentazione grafica della definizione:

la circonferenza è 

Per analizzare i livelli si utilizzano le definizioni della nota 1 della terza attività del nucleo *Relazioni e Funzioni*; in particolare si possono evidenziare le seguenti "traduzioni":

- a) passaggio dal linguaggio naturale al linguaggio naturale (parafrasi o riassunto);
- b) passaggio dal linguaggio naturale a quello algebrico;
- c) passaggio dalla forma algebrica al grafico.

<i>Tipologia di traduzione</i>	<i>Discipline letterarie e matematiche</i>
a)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ parafrasi ▪ riassunto ▪ riscrittura secondo registri diversi
b)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ dalla matematica all'italiano e viceversa ▪ dall'inglese all'italiano e viceversa
c)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ dalla espressione linguistica di un problema alla sua riscrittura in linguaggio matematico ▪ dalla rappresentazione analitica a quella grafica

L'insegnante fa riflettere gli studenti sul fatto che, anche in matematica, si possono fare senza accorgersene riassunti e traduzioni; infatti è ciò che gli studenti hanno fatto rispondendo alla domanda.

L'insegnante chiarisce che:

- il passaggio dal livello A al livello B e dal livello B al livello B bis è un "riassunto" perché passa dalla lingua italiana ad una parafrasi sempre in lingua italiana;
- il passaggio dal livello B al livello C è una traduzione fra "lingue" diverse perché passa dalla lingua italiana al linguaggio simbolico;
- l'equazione $x^2 + y^2 = r^2$ si può considerare un riassunto del livello B (anche se limitata a un caso particolare);
- il passaggio dal livello C alla rappresentazione grafica è una traduzione di tipo c) perché si passa dalla scrittura simbolica alla rappresentazione grafica.

L'ultimo passaggio è analogo al trasferimento di un racconto scritto nelle sequenze di un racconto per immagini.

Per consolidare questi concetti, l'insegnante propone ulteriori esempi:

1. *Individuare il significato del simbolo = nella seguente espressione letterale:*

$$a(a-2)+1-(1-a)(1+a) = a(a-2)+1-(1-a^2) = a^2-2a+1-1+a^2 = 2a^2-2a = 2a(a-1)$$

Con la guida dell'insegnante gli studenti osservano che il primo *uguale* rappresenta un "riassunto" in quanto si è scritto in altro modo il prodotto di due binomi; il secondo *uguale* rappresenta una parafrasi perché, (eseguendo i prodotti) spiega l'espressione precedente; il terzo è un riassunto per somma algebrica ed è affine al riassunto in lingua italiana.

Si osserva che in matematica, rispetto alla lingua italiana, il riassunto può seguire regole più rigide. Se si uguaglia a zero, l'espressione precedente diventa un'equazione e, adesso, questo *uguale* significa un'altra cosa:

$$a(a-2)+1-(1-a)(1+a) = 0.$$

Usiamo il riassunto trovato e avremo:

$$2a(a-1) = 0;$$

ma quando un prodotto è uguale a zero? Quando almeno uno dei due fattori è uguale a zero:

$$2a=0 \Rightarrow a=0$$

$$a-1=0 \Rightarrow a=1$$

L'equazione $2a(a-1)=0$, si può anche risolvere per via grafica (cioè traducendo l'equazione in un grafico): infatti le soluzioni dell'equazione sono gli zeri della funzione:

$$f(a) = 2a^2 - 2a$$

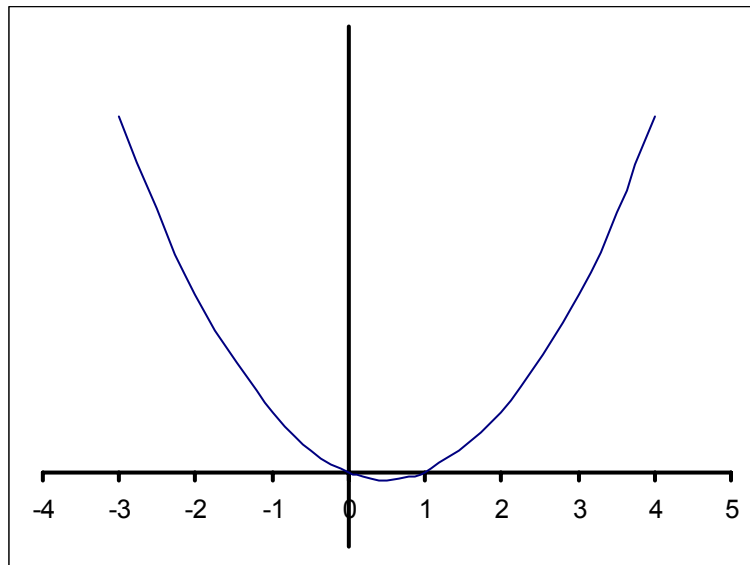


Figura 1

2. Scomporre in fattori primi i seguenti numeri: 225; 456; 1890.

Scomposizione in fattori primi:

$$\begin{aligned} 225 &= 3^2 \cdot 5^2 \\ 456 &= 2^3 \cdot 3 \cdot 19 \\ 1890 &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \end{aligned}$$

In ciascuna delle uguaglianze precedenti uno dei due membri può essere considerato come il riassunto dell'altro, quale?

Questo esempio si può classificare come una riscrittura secondo registri diversi.

3. *Scrivere tutti i numeri tre cifre che si possono ottenere cambiando l'ordine delle cifre (permutazione) nel numero 324.*

Permutazioni:

$$324; 234; 423; 342; 432; 243.$$

- La cifra 3 presente nel primo numero ha lo stesso valore in tutti gli altri?
- Se si interpreta il numero come una “parola” del linguaggio matematico, si può dire che queste parole hanno tutte uguale significato?
- Questo esempio si può classificare come una traduzione fra “lingue” diverse?

La risposta all'ultima domanda è affermativa anche se, in questo caso, la parafrasi è scorretta. Rispetto agli esempi precedenti, la permutazione produce oggetti di significato profondamente diverso: lo spostamento “posizionale” dei termini non è indifferente ai fini del senso, analogamente a quanto succede nella lingua italiana:

bravo ragazzo e ragazzo bravo
giorno più giorno meno e più giorno meno giorno

I linguisti possono distinguere, in tale ambito, diversi tipi di parafrasi e riassunti:

- Parafrasi per semplice spostamento di parole (corretta). *Il senso non cambia.*
- Parafrasi per spostamento di parole (scorretta per sintassi). *Il senso cambia o si perde.*
- Parafrasi redatta per rendere il testo più chiaro e comprensibile. Si opera sia sul lessico, sia sulla sintassi (*con prolungamento dell'estensione del testo e per spiegare testi poetici e renderli più chiari*).
- Parafrasi redatta per cambiare registro: burocratico, aulico, ironico, enfatico, ecc..
- Riassunto per nuclei concettuali, sottrazione,