

I tre punti sono allineati?

Livello scolastico: 1° biennio

Abilità interessate	Conoscenze	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
Utilizzare in modo appropriato le funzioni di misura fornite dai software. Risolvere problemi in cui sono coinvolte le misure con particolare attenzione alle cifre significative.	I numeri decimali e il calcolo approssimato. Rappresentazione dei numeri sulla retta. Lunghezze. Il piano cartesiano: il metodo delle coordinate. Distanza fra due punti. Relazioni d'ordine.	<u>Misurare</u> Numeri e algoritmi Spazio e figure Relazioni e funzioni Argomentare, congetturare, dimostrare Risolvere e porsi problemi	Disegno tecnico

Contesto

Piano cartesiano.

Il contesto è quello del piano cartesiano, con particolare attenzione al calcolo delle lunghezze dei segmenti. È importante che gli studenti che utilizzano le calcolatrici grafiche affrontino le questioni riguardanti il problema delle approssimazioni.

Descrizione dell'attività

Questa attività mette in evidenza le difficoltà che possono incontrare gli studenti che usano uno strumento tecnologico che consente loro di lavorare sia in modalità esatta sia in modalità approssimata. Si lavora sul piano cartesiano e si utilizza unicamente una funzione distanza costruita insieme agli studenti sfruttando le potenzialità di programmazione della calcolatrice.

Prima fase

L'insegnante propone agli studenti di rappresentare tre punti sul piano cartesiano utilizzando il foglio a quadretti del quaderno: $A(-4, -2)$, $B(2, 3)$, $C(4, 5)$ e pone la seguente domanda: i tre punti sono allineati?

Ricorda loro che tre punti A , B , C sono allineati (e B è compreso tra A e C) se

$$\text{dist}(A, B) + \text{dist}(B, C) = \text{dist}(A, C) \quad (*)$$

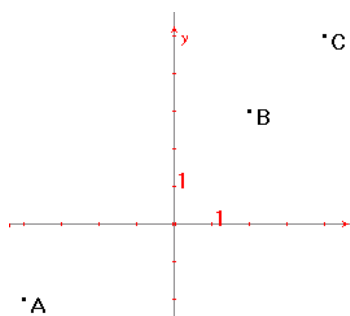


Figura 1

Per $\text{dist}(A, B)$ si intende la distanza tra i punti A e B calcolata con il Teorema di Pitagora nel piano cartesiano, facilmente implementabile su una calcolatrice grafico-simbolica.

Gli studenti, che hanno a disposizione una calcolatrice grafico-simbolica, vengono divisi in due gruppi: al primo gruppo viene data la consegna di eseguire i calcoli in modalità esatta, il secondo gruppo dovrà invece approssimare ciascun risultato alla prima cifra decimale. A quel punto l'insegnante chiede ai due gruppi la risposta al quesito.

I Gruppo

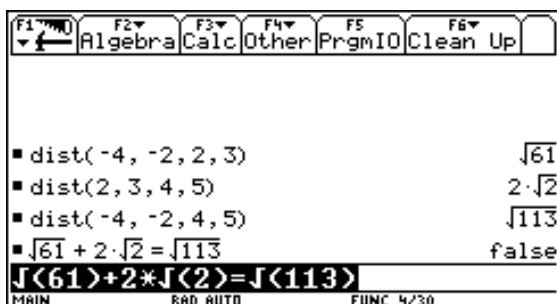


Figura 2

II Gruppo

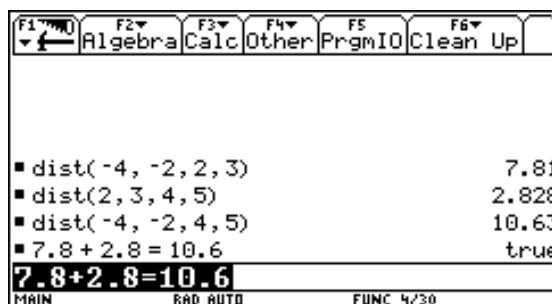


Figura 3

I risultati sono chiaramente in contrasto e quindi è necessario approfondire la questione dell'allineamento, solo in apparenza semplice.

Seconda fase

- A questo punto l'insegnante interviene presentando le due seguenti figure, che sfruttano le diverse possibilità di rappresentazione dello strumento.

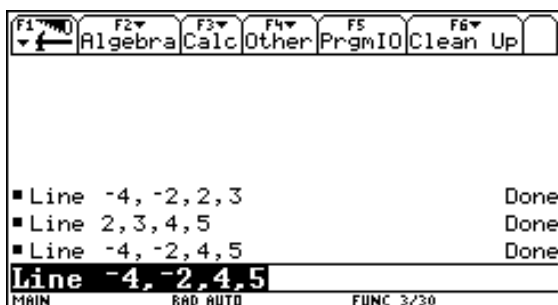


Figura 4

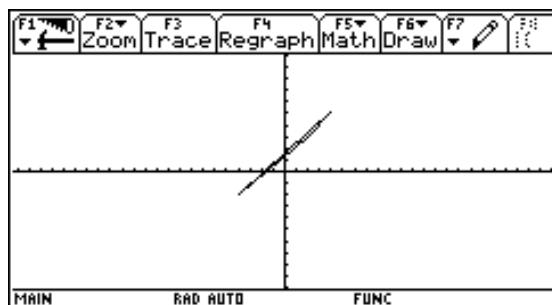


Figura 5

Osservando la figura 5 gli studenti si convincono facilmente che i tre punti sono i vertici di un triangolo molto "schiacciato". Quindi ha giocato un ruolo negativo l'approssimazione introdotta.

- L'insegnante propone allora la stessa questione con un'altra terna di punti sicuramente allineati: $A(-1, -1)$, $B(2, 2)$, $C(15, 15)$, precisando agli studenti che, quando lavorano in modalità approssimata, possono scegliere il numero di cifre decimali da utilizzare. A questo punto i risultati che si ottengono sono ancora differenti.

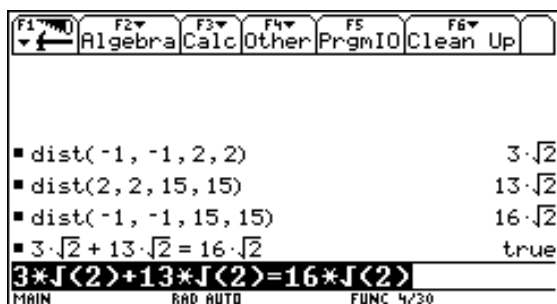


Figura 6

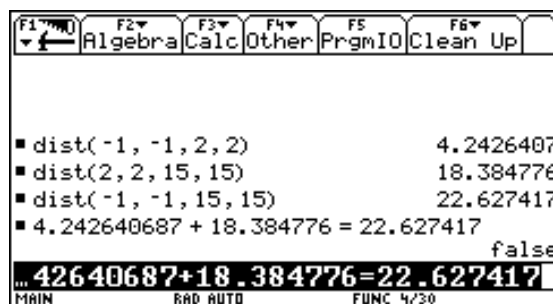


Figura 7

Si invitano quindi gli studenti a riflettere sulla domanda “Quante sono le cifre decimali significative?”. Dopo aver dato spazio ai ragazzi, che dopo la prima fase si erano convinti che l’errore era dovuto al fatto che si era considerata una sola cifra decimale e che adesso, invece, hanno rivisto le loro convinzioni alla luce dell’ultimo risultato, l’insegnante potrà affermare in modo categorico che l’unica risposta veramente corretta è: “Dipende!”.

Certamente questa proposta di lavoro non ha come obiettivo quella di confondere le idee agli studenti o di lasciare aperta la questione dell’allineamento di tre punti. Vuol essere, invece, il punto di partenza per due tipi di riflessione: una di carattere più prettamente matematico ed una di carattere più applicativo. In primo luogo occorre che gli studenti facciano riferimento al significato dell’allineamento, in quanto tre punti distinti sono allineati se uno di essi appartiene alla retta per gli altri due. Per verificare questo fatto si può scegliere come strumento matematico quello della distanza, secondo la relazione (*). In secondo luogo, volendo verificare questa relazione facendo uso di uno strumento di calcolo automatico, occorre prestare attenzione all’ambiente e alle modalità di lavoro in cui si opera. Come si è visto nella prima terna di punti (opportunamente scelta), in modalità esatta la relazione (*) non è soddisfatta, mentre lo è in modalità approssimata, invece nella seconda terna di punti la situazione è ribaltata. Queste attività dovrebbero indurre gli studenti a far sempre riferimento alla teoria che soggiace all’ambiente scelto e alla modalità di calcolo utilizzata, per poter essere sicuri dell’attendibilità dei risultati.

Possibili sviluppi

- Preparazione di un programma che permetta di lavorare sia nella modalità esatta sia nella modalità approssimata in modo da confrontare i risultati nelle diverse situazioni.
- Affrontare la stessa situazione problematica nel piano cartesiano risolvendola con lo strumento teorico della pendenza di una retta per due punti.
- Affrontare la stessa situazione problematica nel piano euclideo senza riferimento cartesiano e senza metrica.
- Analisi di situazioni analoghe nello spazio.