Risolvere e porsi problemi

Gli argomenti del nucleo "Risolvere e porsi problemi" sono stati introdotti già nel ciclo di studi precedenti per indicare agli studenti quello che, per il cittadino e per il matematico, dovrà essere l'eredità culturale, forse principale, dello studio della matematica a scuola.
La matematica ha molti aspetti: agli occhi di molti studenti appare talvolta come un insieme di rigide "ricette" da imparare solo per prendere un voto all'esame, ma da dimenticare subito dopo; agli occhi di alcuni insegnanti può anche apparire come un insieme di dimostrazioni "rigorose" che, spesso in classe, si risolvono in incomprensibili litanie; ad un "matematico" appare quasi sempre come una sfida intellettuale, un misto fra una congettura ed un tentativo di sperimentazione. Nessuno fra i matematici che hanno fatto la storia della disciplina ha mai enunciato e dimostrato un teorema senza prima averne congetturato la tesi, cambiato e ricambiato le ipotesi, scritto e riscritto la dimostrazione. Il profano non trova affatto sorprendente pensare che un geologo od un astronomo lavorino in questo modo; e probabilmente non si sorprenderebbe neppure di sapere che anche un matematico opera così (se solo sapesse come opera un matematico!). Allora, se le cose stanno così, e tutti sono consapevoli che le cose stanno veramente così, c'è necessità di creare spazio al risolvere e porsi problemi all'interno dell'insegnamento della matematica. La vita quotidiana e le proposte dei mezzi di comunicazione offrono sempre più l'opportunità di motivare gli studenti ad affrontare problemi. Lo studente più motivato si aspetta una soluzione ed è forse in grado lui stesso di prospettarne una prima, ancorché grossolana, risposta: in tal caso l'insegnante che gli ha spalancato il mondo dei problemi si renderà conto che il terreno su cui ha seminato inizia a dare frutti. Ma anche allo studente annoiato dalle cose della matematica, portato quindi a dare risposte casuali e forse insensate, l'insegnante potrà far capire che le risposte che si danno ad un problema (anche non di matematica) devono essere ragionevoli, rispettose del buon senso: anche questo studente dovrà dunque iniziare a prendersi carico della responsabilità delle proprie risposte.
Affrontare problemi non è, generalmente, una cosa semplice. Non ci sono di solito procedure atte a dare una immediata risposta perché altrimenti saremmo di fronte ad un esercizio. Ma deve esserci però un terreno preparato per affrontare i problemi con profitto: le conoscenze disciplinari necessarie e, soprattutto, lo spirito giusto di chi vuol affrontare lo scontro (culturale) in campo aperto e senza una ricetta precostituita. Si può iniziare con argomentazioni che non pretendono di essere né definitive né rigorose ma soltanto provvisorie e "plausibili" per il problema considerato (procedimento *euristico*) tenendo ben presente il fatto, da parte dell'insegnante, che un ragionamento euristico non può sostituire, neppure parzialmente, la procedura corretta.
Vediamo una situazione in cui ci rende conto di esser abituati a congetturare, di esser pronti a predisporre piani di lavoro di fronte ad un problema.
Vediamo un modo per affrontare un problema che, di per se stesso o per opera dell'insegnante, appare affascinante. Viene formulata una congettura che dovrà essere, nella testa di chi sta di fronte al problema, un "mattoncino" necessario per costruire la soluzione: *dal dire al fare…* La congettura è sul tavolo di lavoro ma i dubbi sono ancora tanti, ci sono molti "pro" a favore della sua plausibilità ma ci sono anche alcuni, forse non banali, "contro".
Come portare avanti la procedura a tale stadio? Ovvero, come risolvere e porsi problemi?
Può essere utile seguire uno schema di George Polya, per avere utili "lumi" su quali elementi poter fare affidamento, con fiducia costruttiva, per portare avanti la validazione della congettura.

a) La congettura tiene in considerazione tutti i dati e tutte le informazioni del problema. È la stessa situazione quando, dovendo dimostrare un teorema, ci si rende conto di aver effettivamente utilizzato tutte le ipotesi.
b) La congettura è in grado di fornire un legame fra i dati del problema e l'incognita. Dal tunnel iniziale si inizia a vedere un primo barlume di luce.
c) La congettura mostra caratteristiche che sono state spesso utili per ottenere la soluzione di problemi dello stesso tipo. Buon segno!

d) La congettura è simile a quella utilizzata per affrontare con successo problemi analoghi. Ancora buon segno, purché le analogie siano veramente tali.
e) La congettura ha funzionato per risolvere un problema-caso particolare del problema dato. Ancora una volta non si può che essere incoraggiati e pensare di essere sulla buona strada.
f) La congettura è in grado di dare una risposta ad alcuni punti del problema in questione, visto come una sequenza di "passi" successivi. Siamo sul crinale positivo della ricerca della soluzione: ne abbiamo trovata una particolare o abbiamo trovato un "pezzo". Si tratta di continuare.

L'insegnante potrà utilmente sfruttare la curiosità innata degli studenti per far loro meditare su dati ed informazioni riguardo a problemi che li possono coinvolgere direttamente, anche se tali argomenti possono intrecciarsi con argomenti di fisica, di economia, o di altre discipline. Operare in contesti che interessano, perché derivanti da fenomeni in parte conosciuti, può essere un attivo strumento di lavoro e di stimolo per passare dalla realtà alla sua astrazione simbolica, introducendo gradualmente il linguaggio della matematica, in modo che gli studenti arrivino a percepire che le formule non appaiono più come ricette, ma sono parte fondamentale di un linguaggio che ha il vantaggio della concisione e della non equivocità.

Gli obiettivi di apprendimento della matematica dovranno dunque essere la risultante di alcune importanti finalità dell'insegnamento, ben delineate nei nuclei (tematici e di processo). Nel nucleo *Risolvere e porsi problemi,* la parola chiave è *modello matematico*, cioè la nozione che descrive in termini corretti il modo di passare da una situazione concreta, conosciuta solo intuitivamente o sperimentalmente, ad un insieme di schemi formalizzati (equazioni algebriche, equazioni differenziali, ecc…) che la descrivono quantitativamente e che consentono, anche con l'aiuto odierno del computer, di simularne il comportamento e di formulare previsioni, da verificare poi sul campo, sulla sua evoluzione. I modelli matematici che sono stati costruiti per primi risalgono al lavoro di Galileo ed allo sviluppo della fisica moderna (che deve alla completezza ed alla sempre più sofisticata elaborazione matematica gran parte del suo splendore attuale). Negli ultimi decenni le possibilità di modellizzazione matematica si sono estese a molti altri campi della scienza, dalla biologia alla medicina, dall'economia alle scienze sociali, fornendo in tal modo una vastissima varietà di esempi che possono essere usati per aumentare l'offerta didattica e per incrementare la curiosità degli studenti.

Elenco delle attività