

Risparmiare sulla bolletta del telefono

Livello scolastico: 1° biennio

Abilità interessate	Conoscenze	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
<p>In situazioni problematiche, individuare relazioni significative tra grandezze di varia natura (per esempio variazione di una grandezza in funzione di un'altra). Usare consapevolmente notazioni e sistemi di rappresentazione vari per indicare e per definire relazioni e funzioni: la notazione funzionale, il grafico. Risolvere, per via grafica e algebrica, problemi che si formalizzano con equazioni e disequazioni di primo grado.</p>	<p>Le funzioni elementari che rappresentano la proporzionalità diretta, le funzioni costanti.</p> <p>Funzioni lineari Sistemi lineari e loro interpretazione geometrica.</p>	<p><u>Relazioni e funzioni</u></p> <p>Numeri e algoritmi</p> <p>Argomentare, congetturare, dimostrare</p> <p>Porsi e risolvere problemi</p>	<p>Il marketing</p> <p>I messaggi pubblicitari</p>

Contesto

Esperienza quotidiana.

Si vuole affrontare una situazione reale, partendo da dati reali, in modo tale che a mano a mano che ci si addentra nel problema si scoprono le difficoltà di districare e “linearizzare” una situazione che è volutamente complessa, come nei problemi di scelta reali. Sarà l’insegnante a guidare il lavoro, semplificando e riducendo eventualmente l’indagine a casi particolari.

Questa attività può essere utilizzata come primo approccio allo studio delle funzioni lineari.

Descrizione dell’attività

È opportuno lavorare con piccoli gruppi e organizzare momenti di confronto frequenti. Per le modalità di gestione dei lavori di gruppo e, più in generale, delle dinamiche di interazione sociale, si rimanda alla premessa del laboratorio di matematica.

Nell’attività i momenti essenziali sono un’indagine su Internet, o sui giornali, sulle diverse offerte di tariffe telefoniche di una stessa società o di società diverse; la selezione di tre o quattro offerte che presentano, rispetto alla scelta condivisa (telefonia fissa o mobile, collegamenti a Internet, ..), le caratteristiche a cui si è più interessati; raccolta e catalogazione di dati; discussione guidata per arrivare alla costruzione, per ciascuna tariffa, di una funzione che esprima il costo in relazione ai consumi.

La difficoltà di costruire un modello che rappresenti una situazione così complessa suggerisce di fornire alcune bollette tipo per scegliere dati standard (per esempio rispetto al numero di chiamate). L’uso di tecnologie informatiche, in particolare di un foglio elettronico, è fortemente consigliato per la tabulazione dei dati e la loro rappresentazione grafica.

L'attività offre l'opportunità di avviare una discussione sul ruolo delle variabili in un modello (in un primo tempo si considera costante il numero delle chiamate e variabile il numero dei minuti di conversazione; in un secondo momento, possono essere considerati costanti i minuti e variabile il numero delle chiamate).

Si può anche evitare la ricerca su Internet iniziale; in tal caso sarà l'insegnante a farsi carico di procurare le prime informazioni. A nostro avviso la ricerca dei dati, pur richiedendo un tempo considerevole, ha il pregio di coinvolgere maggiormente gli studenti nella risoluzione dei problemi proposti.

Prima fase

Si avvia la ricerca per "trovare i dati" relativi all'indagine che si è proposta. Si selezionano quindi alcune tariffe, per esempio quelle che sono descritte in modo più chiaro e sono più semplici da leggere. Analizzando i dati verrà fuori che non è facile tenere presente tutti i tipi di chiamate (verso telefoni fissi, verso cellulari, collegamenti a Internet, telefonate interurbane e telefonate internazionali). È opportuno quindi scegliere solo alcuni casi (si può poi lasciare come esercizio l'analisi di altre situazioni al momento non prese in considerazione). Come esempio, qui si è scelto di analizzare quattro tariffe della stessa società tenendo conto solo delle chiamate urbane e interurbane (telefoni fissi) e dei collegamenti a Internet.

Tariffa A

Urbane e interurbane 1,49 centesimi al minuto, IVA inclusa + 6,19 centesimi alla risposta, IVA inclusa.

Con il collegamento a Internet: 0,92 centesimi al minuto, IVA inclusa + 6,19 centesimi alla risposta, IVA inclusa.

Costo mensile: € 5,58, IVA inclusa, in aggiunta al normale canone (€ 16,55).

Tariffa B

Nazionali: costo mensile fisso di € 39, IVA inclusa, in aggiunta al normale canone (€ 16,55). Le telefonate sono gratuite senza limiti di tempo.

Con il collegamento a Internet: 0,92 centesimi al minuto, IVA inclusa + 6,19 centesimi alla risposta, IVA inclusa.

Tariffa C

Locali e interurbane a € 0 al minuto + costo di chiamata 12,50 centesimi, IVA inclusa.

Con il collegamento a Internet: 0,92 centesimi al minuto, IVA inclusa + 6,19 centesimi alla risposta, IVA inclusa.

Costo mensile: € 5,58, IVA inclusa, in aggiunta al normale canone (€ 16,55).

Tariffa D

Urbane e interurbane in numero illimitato senza limiti di tempo.

Con il collegamento a Internet: 20 ore mensili gratuite, ore successive 0,92 centesimi al minuto, IVA inclusa + 6,19 centesimi alla risposta, IVA inclusa.

Costo mensile: € 55,15, IVA inclusa, in aggiunta al normale canone (€ 16,55).

Seconda fase

Si discute collettivamente sulla natura del lavoro da fare. Eventualmente l'insegnante per stimolare la discussione può porre alcune domande come, per esempio, *“che cosa dobbiamo considerare per valutare il costo di una chiamata? Quali informazioni ci servono per poter confrontare i costi mensili delle diverse offerte? Quante volte dobbiamo considerare lo scatto alla risposta? Quali sono le costanti nella spesa di una telefonata e quali quantità invece variano col passare del tempo? Quant'è la spesa dovuta a Internet?”*.

Per semplificare il problema si distinguono due casi:

- si fissa il numero delle chiamate e si fa variare il tempo;
- resta fisso il tempo di ogni chiamata e si fa variare il numero di chiamate.

Nell'esempio che si propone si analizza in un primo tempo il caso di una persona che fa, ogni mese, circa 300 telefonate e si collega per 20 ore a Internet con 80 collegamenti da 15 minuti ciascuno¹. In questo modo l'unica variabile è il tempo (i minuti di conversazione). La consegna è quella di determinare il costo della bolletta in funzione dei minuti di conversazione.

In un secondo momento si determina, per ognuna delle quattro tariffe telefoniche, l'andamento del costo della bolletta in funzione del numero di scatti alla risposta (cioè del numero di chiamate con risposta), supponendo di conoscere il tempo medio di ogni chiamata (espresso in minuti), il numero di scatti per il collegamento a Internet e i minuti di collegamento a Internet.

Si suppone che il tempo medio di ogni chiamata sia 4 minuti; il numero di scatti per il collegamento a Internet 80; i minuti di collegamento a Internet 1200 (20 ore).

In una esperienza precedente gli studenti hanno avuto a disposizione il foglio elettronico e lo hanno utilizzato per tabulare e rappresentare i dati.

Indicando con $y = f(t)$ il costo della bolletta in funzione del tempo di conversazione, si ha (per un numero fisso di 300 telefonate con scatto alla risposta):

Tariffa A

$$y = (5,5800 + 16,5500) + 300 \cdot 0,0619 + 0,0149 \cdot t + 80 \cdot 0,0619 + 1200 \cdot 0,0092 \Rightarrow \\ y = 0,0149 \cdot t + 56,6920.$$

Tariffa B

$$y = (39,0000 + 16,5500) + 80 \cdot 0,0619 + 1200 \cdot 0,0092 \Rightarrow y = 71,5420.$$

Tariffa C

$$y = (5,5800 + 16,5500) + 300 \cdot 0,1250 + 80 \cdot 0,0619 + 1200 \cdot 0,0092 \Rightarrow y = 75,6220.$$

Tariffa D

$$y = (55,1500 + 16,5500) \Rightarrow y = 71,7000.$$

Indicando con $y = f(n)$ il costo della bolletta in funzione del numero di scatti alla risposta, si ottiene (per una durata media di 4 minuti a telefonata):

Tariffa A

$$y = (5,5800 + 16,5500) + n \cdot 0,0619 + 4 \cdot 0,0149 \cdot n + 80 \cdot 0,0619 + 1200 \cdot 0,0092 \Rightarrow \\ y = 0,1215 \cdot n + 38,1220.$$

Tariffa B

$$y = (39,0000 + 16,5500) + 80 \cdot 0,0619 + 1200 \cdot 0,0092 \Rightarrow y = 71,5420.$$

Tariffa C

$$y = (5,5800 + 16,5500) + 0,1250 \cdot n + 80 \cdot 0,0619 + 1200 \cdot 0,0092 \Rightarrow y = 0,1250 \cdot n + 38,1220.$$

Tariffa D

$$y = (55,1500 + 16,5500) \Rightarrow y = 71,7000.$$

¹ Questi dati sono emersi dalle bollette telefoniche portate in classe dagli studenti ai quali l'attività è stata proposta. Si è scelto di considerare come dato generico standard di riferimento non una media fra i vari dati disponibili, ma la moda relativa alle diverse distribuzioni.

Terza fase

Si raccolgono i lavori di gruppo e si illustrano collettivamente i risultati, cercando di giungere a una versione condivisa. Nel caso in cui i lavori degli studenti siano incompleti, l'insegnante integra e commenta le soluzioni. Da questo momento il problema si riduce a un classico problema di scelta (l'offerta più vantaggiosa rispetto alla situazione considerata e ai dati a disposizione). Per la discussione di questo problema l'insegnante utilizza tre diversi registri: quello numerico, quello grafico (disegno delle rette corrispondenti) e quello formale (equazione della funzione).



CONFRONTO TRA TARIFFE TELEFONICHE PER MINUTI DI CONVERSAZIONE				
Numero di scatti alla risposta 300		Numero di scatti per il collegamento ad Internet 80		Minuti di collegamento ad Internet 1200
Tempo di conversazione (in minuti)	tariffa A	tariffa B	tariffa C	tariffa D
11	56,8559	71,5420	75,6220	71,7000
201	59,6869	71,5420	75,6220	71,7000
501	64,1569	71,5420	75,6220	71,7000
1201	74,5869	71,5420	75,6220	71,7000
1331	76,5239	71,5420	75,6220	71,7000

Tabella 1



CONFRONTO TRA TARIFFE TELEFONICHE PER NUMERO DI SCATTI ALLA RISPOSTA				
Tempo medio di ogni chiamata (in minuti) 4		Numero di scatti per il collegamento ad Internet 80		Minuti di collegamento ad Internet 1200
Numero di scatti alla risposta	tariffa A	tariffa B	tariffa C	tariffa D
10	39,3370	71,5420	39,3720	71,7000
100	50,2720	71,5420	50,6220	71,7000
202	62,6650	71,5420	63,3720	71,7000
301	74,6935	71,5420	75,7470	71,7000
349	80,5255	71,5420	81,7470	71,7000

Tabella 2

Possibili sviluppi

- La complessità delle singole proposte darà la possibilità di aprire la discussione con altri insegnanti sulle questioni legate al marketing e ai messaggi pubblicitari. Lo stesso tipo di indagine può essere riferita ad altri tipi di prodotti o servizi.
- Problemi di programmazione lineare.

Elementi di prove di verifica

1. Il cellulare di Pierino.

Pierino ha ricevuto in regalo un telefono cellulare. Ora sta cercando di capire quale sia il profilo tariffario che gli conviene maggiormente e, per questo, ha cercato e poi trovato alcune tariffe che ha selezionato. Aiutiamolo nella scelta! Le tariffe sono queste:

	TARIFFA A	TARIFFA B	TARIFFA C	TARIFFA D
Tipo	Scheda prepagata	Scheda prepagata	Abbonamento del costo di € 12 al mese	Scheda prepagata
Scatto alla risposta	Senza scatto alla risposta	Con scatto alla risposta del costo di 15 centesimi di euro	Senza scatto alla risposta	Senza scatto alla risposta
Tariffazione	Per secondi di effettiva conversazione	Per secondi di effettiva conversazione	Per secondi di effettiva conversazione	Per secondi di effettiva conversazione
Costo della conversazione	24,6 cent. / min.	20,4 cent. / min.	16,2 cent. / min.	25,8 cent. / min.
Costo SMS	15 centesimi	15 centesimi	15 centesimi	14 centesimi

Tabella 3

Per decidere quale sia la tariffa più conveniente nei vari casi, rispondete a queste domande, cominciando, per ciascuna domanda, col formalizzare la situazione, aiutandovi anche con grafici.

- 1) Considerando le tariffe senza abbonamento, con e senza scatto alla risposta, qual è la durata minima di una telefonata (in minuti e secondi), perché sia più conveniente la tariffa con scatto alla risposta?
- 2) Considerando le tariffe senza scatto alla risposta, con e senza abbonamento, quanti secondi (o minuti) totali di conversazione in un mese sono necessari perché convenga la tariffa con abbonamento?
- 3) Il papà regala a Pierino ogni mese una ricarica di € 25 di traffico utile. Se Pierino invia ogni mese 150 SMS, quale tariffa, tra la A e la D, gli permette di conversare più a lungo? E se inviasse solo 60 SMS?

2. Temperatura e calore

Sul manuale di fisica viene proposta la seguente situazione:

“Una massa m_f di ferro viene portata a una temperatura $t_1 = 200^\circ\text{C}$ e poi viene immediatamente posta in un contenitore pieno d'acqua che si trova (prima che il blocco di ferro venga introdotto) a una temperatura $t_0 = 18^\circ\text{C}$. Se non vi sono dispersioni di calore con l'ambiente esterno, il blocco di ferro cede calore alla massa d'acqua m_a , fino a che la massa d'acqua e il blocco di ferro raggiungono la stessa temperatura di equilibrio t_x . La quantità di calore Q (espressa in calorie) ceduta o acquistata da un corpo è data da $Q = mc(t_f - t_i)$, dove m è la massa del corpo, c il suo calore specifico, t_f e t_i , rispettivamente, le temperature finale e iniziale”

- a) Assumendo uguale a 1 il calore specifico c dell'acqua, indica come varia la temperatura t dell'acqua in funzione del calore ceduto dalla massa m_f di ferro alla massa m_a di acqua.
- b) Determina la temperatura t_x di equilibrio indicando con c_f il calore specifico del ferro.