Dal linguaggio naturale al linguaggio simbolico: prove di verifica

Livello scolare: 1° biennio

Abilità interessate	**Conoscenze**	**Nuclei coinvolti**	**Collegamenti esterni**
Esprimersi nel linguaggio naturale con coerenza e proprietà. Usare, in varie situazioni, linguaggi simbolici. Analizzare semplici testi del linguaggio naturale, individuando eventuali errori di ragionamento. Riconoscere e usare propriamente locuzioni della lingua italiana con valenza logica (“se…allora”, “per ogni”, “esiste almeno un”, ecc.). Costruire la negazione di una frase.	Linguaggio naturale e linguaggio simbolico. Proposizioni e valori di verità. I connettivi.	<u>Argomentare, congetturare, dimostrare</u> Numeri e algoritmi Spazio e figure	Lingua italiana Lingue straniere

Contesto
Linguaggi.

Oggi, per l’importanza sempre più grande che hanno assunto i linguaggi artificiali, si impone la necessità di un’attenzione non episodica alle regole che governano un linguaggio.
Sembra che questo campo, sempre più, stia diventando di pertinenza del pensiero matematico oltre che del linguista o del filosofo.
Questo offre al docente di matematica grandi spazi per attività sperimentali ed interdisciplinari, con il docente di lettere e non solo, visto che la conoscenza del linguaggio è un fatto trasversale rispetto a tutte le discipline scolastiche.
L’obiettivo è quello di far capire agli studenti che un’espressione algebrica è una frase scritta in linguaggio simbolico e che in Algebra si possono commettere errori di “grammatica” allo stesso modo che nella lingua italiana.
Il linguaggio è l’insieme delle proposizioni ben formate, la grammatica è l’insieme di un alfabeto e delle regole utilizzate per costruire proposizioni ben formate.
La logica matematica studia i processi che portano a sviluppare un ragionamento, con il fine di controllarne la correttezza.
Nel linguaggio naturale, definiamo proposizione una frase che esprime un pensiero compiuto, in logica la proposizione (o affermazione o enunciato) è quella ben formata della quale si può dire se è vera o falsa.

Si può iniziare con alcuni esempi di proposizioni in senso logico

- Il 13 dicembre è Santa Lucia
- Il numero 7 è primo
- Il numero 12 è dispari

Le prime due sono proposizioni “vere” e la terza è una proposizione “falsa”.

Nota: “Vera” per chi sa cos’è un numero primo, per chi conosce il calendario, ecc..

Le seguenti affermazioni

- Napoli è una città bella
- Che bella giornata!

non sono proposizioni dal punto di vista logico perché non è possibile stabilirne il valore di verità.
Anche in matematica, come in italiano, la semantica studia il significato delle proposizioni (insieme dei significati) e la sintassi ne esprime la struttura (l'insieme delle regole e delle convenzioni).
Non si propone qui una trattazione sulla logica delle proposizioni, sui connettivi e sui quantificatori ma si invitano gli studenti a fare un'analisi sia delle proposizioni scritte nel linguaggio naturale che di quelle scritte nel diversi linguaggi simbolici dell'algebra, della geometria e della logica.

L'attenzione è così rivolta all'uso corretto di locuzioni della lingua italiana che hanno valenza logica e all'analisi di semplici testi del linguaggio naturale per individuare eventuali errori di ragionamento.

A tal fine si propongono esercizi del tipo:

Completa opportunamente usando il connettivo se…allora:

- ….. è europeo ….. è francese
- ….. il triangolo è equilatero ….. il triangolo è isoscele
- ….. è quadrato….. è rombo
- ….. è numero primo….. è divisibile per 1

Particolare attenzione si pone alle espressioni del tipo:

Se manca la benzina la macchina si ferma

in cui il significato può essere spesso mal interpretato: la mancanza di benzina implica certamente ($\Rightarrow$) che la macchina si fermi, ma se la macchina si è fermata non è detto che la causa sia la mancanza di benzina!

Si ha la possibilità di distinguere tra implicazione ($\Rightarrow$) e doppia implicazione ($\Leftrightarrow$) e tra condizione necessaria, condizione sufficiente e condizione necessaria e sufficiente.

Analogamente non si intende fare una trattazione sui quantificatori ma porre l'attenzione sul fatto che, per esempio, è diverso dire

***Il** triangolo ABC è ottusangolo*

dal dire

*In geometria euclidea **un** triangolo ABC ottusangolo ha la somma degli angoli interni uguale a 180° gradi.*

Nella prima frase si usa il quantificatore esistenziale $\exists$ e nella seconda il quantificatore universale $\forall$
Dal punto di vista linguistico la differenza sta nell'articolo ***il*** e ***un***. E' importante allora capire il ruolo che in una frase italiana hanno gli articoli determinativi e indeterminativi.
Si osserva che intervengono conoscenze di due discipline diverse, italiano e matematica, ed è sorprendente rendersi conto che concetti studiati all'interno di una materia possono applicarsi ad un'altra, a priori anche molto diversa; inoltre questa può essere la via per riconoscere che in matematica, anche quando si usano formule, si ha a che fare con affermazioni di senso compiuto (è la visione della matematica come scienza e non come strumento).

Elementi di prove di verifica

1. *Considerare le seguenti frasi:*
a) Madrid è la capitale della Spagna
b) Oggi c'è il sole
c) Viva il Milan

d) Il Tevere è un fiume della Francia
e) x è un numero pari
f) Tutti i triangoli equilateri hanno i lati uguali

Quali di queste sono proposizioni ?

2. *Sotto quali ipotesi le seguenti proposizioni sono vere?*

a) Antonio parla e scrive
b) Oggi piove o tira vento
c) Febbraio è il mese più corto dell'anno e in questo periodo si festeggia l'ultimo giorno di Carnevale

3. *Riconosere il tipo di disgiunzione (inclusiva o esclusiva) usata nelle seguenti proposizioni:*

a) Il prossimo nascituro sarà maschio o femmina
b) Mio nipote canta o suona
c) Mia sorella guarda la televisione o telefona
d) Il poligono è concavo o convesso

4. La proposizione *non è vero che non sono interessato* equivale ad una sola delle seguenti affermazioni. *Quale?*

a) sono disinteressato
b) non sono disinteressato
c) non è vero che sono interessato
d) non sono interessato

5. Dalla proposizione*: Il professore non ha detto che non avrebbe interrogato* si può trarre una sola delle seguenti deduzioni. *Quale?*

a) Il professore interrogherà certamente
b) Forse il professore interrogherà
c) E' sicuro che il professore non interrogherà
d) Il professore non ha intenzione di interrogare

6. La proposizione: *Tutti i rettangoli sono parallelogrammi* equivale ad una sola delle seguenti affermazioni. *Quale?*

a) Almeno un rettangolo è parallelogramma.
b) Tutti i parallelogrammi sono rettangoli
c) Nessun parallelogramma è rettangolo
d) Non c'è nessun rettangolo che non sia un parallelogramma

7. Data la proposizione vera:

Due triangoli sono uguali se hanno ordinatamente uguali due lati e l'angolo compreso

individua tra le seguenti affermazioni l'unica vera:

a) basta che due triangoli abbiano due lati ordinatamente uguali perché siano uguali
b) condizione sufficiente perché due triangoli siano uguali è che abbiano ordinatamente uguali due lati
c) condizione necessaria perché due triangoli siano uguali è che abbiano ordinatamente uguali due lati
d) se due triangoli hanno un angolo uguale sono uguali

8. La proposizione:

Se non hai finito i compiti non vai al cinema equivale ad una sola delle seguenti proposizioni. *Quale?*

a) se hai finito i compiti vai al cinema
b) se vai al cinema hai finito i compiti
c) se non vai al cinema non hai finito i compiti
d) se vai al cinema non hai finito i compiti

9. Siano le proposizioni:
A : esco
B : vado in discoteca
C : mi diverto
Traduci in linguaggio naturale la forma enunciativa :

$$(A \wedge B) \Rightarrow C$$

10. Inventa una proposizione D del linguaggio naturale che traduca la seguente proposizione scritta in linguaggio simbolico :

$$((A \vee B) \wedge (\sim C)) \Rightarrow D$$