# In che modo si cresce?

**Livello scolare**: 1° biennio

| **Abilità interessate** | **Conoscenze** | **Nuclei coinvolti** | **Collegamenti esterni** |
|---|---|---|---|
| Risolvere problemi in cui sono coinvolte le misure.<br><br>Utilizzare in modo appropriato le funzioni di misura fornite dai software.<br><br>Costruire modelli a partire da dati, utilizzando le principali famiglie di funzioni. | Rappresentazioni scientifica ed esponenziali dei numeri razionali.<br><br>Rappresentazione dei numeri sulla retta.<br><br>Lunghezze e aree relative ai poligoni.<br><br>Funzioni elementari. | <u>Misurare</u><br><br>Numeri e algoritmi<br><br>Spazio e figure<br><br>Relazioni e funzioni<br><br>Argomentare, congetturare, dimostrare<br><br>Risolvere e porsi problemi | |

**Contesto**
Figure geometriche.

Il contesto è quello delle figure geometriche, con particolare attenzione ai problemi relativi al calcolo delle aree.
È possibile affrontare situazioni problematiche che coinvolgono funzioni complesse già nel biennio della scuola superiore. Infatti uno strumento tecnologico integrato come una calcolatrice grafico-simbolica consente diversi tipi di rappresentazione (numerica, algebrica, grafica), creando collegamenti significativi all'interno dello stesso concetto matematico. Ulteriori vantaggi dello strumento utilizzato sono da ritrovare nella possibilità di amplificare e riorganizzare gli aspetti tradizionali del processo di insegnamento-apprendimento e nel permettere agli studenti di sperimentare una nuova "realtà matematica".

**Descrizione dell'attività**
In questa attività si mettono in evidenza i due modi in cui gli studenti collegano tra loro le rappresentazioni consentite dallo strumento utilizzato: un modo meccanico-algebrico in cui gli studenti combinano velocemente le due rappresentazioni senza che ci sia sotto un pensiero del tutto organizzato; un metodo in cui si recuperano pienamente i significati: nel caso specifico il misurare.
Gli studenti devono già aver fatto pratica dell'uso delle calcolatrici grafiche. Inoltre l'insegnante deve essere consapevole della necessità di mantenere l'inter-relazione tra la rappresentazione grafica e il modello algebrico del fenomeno.

<u>Prima fase</u>
L'insegnante propone alla classe, precedentemente suddivisa in piccoli gruppi, la seguente situazione che riguarda i rettangoli che crescono.

Situazione

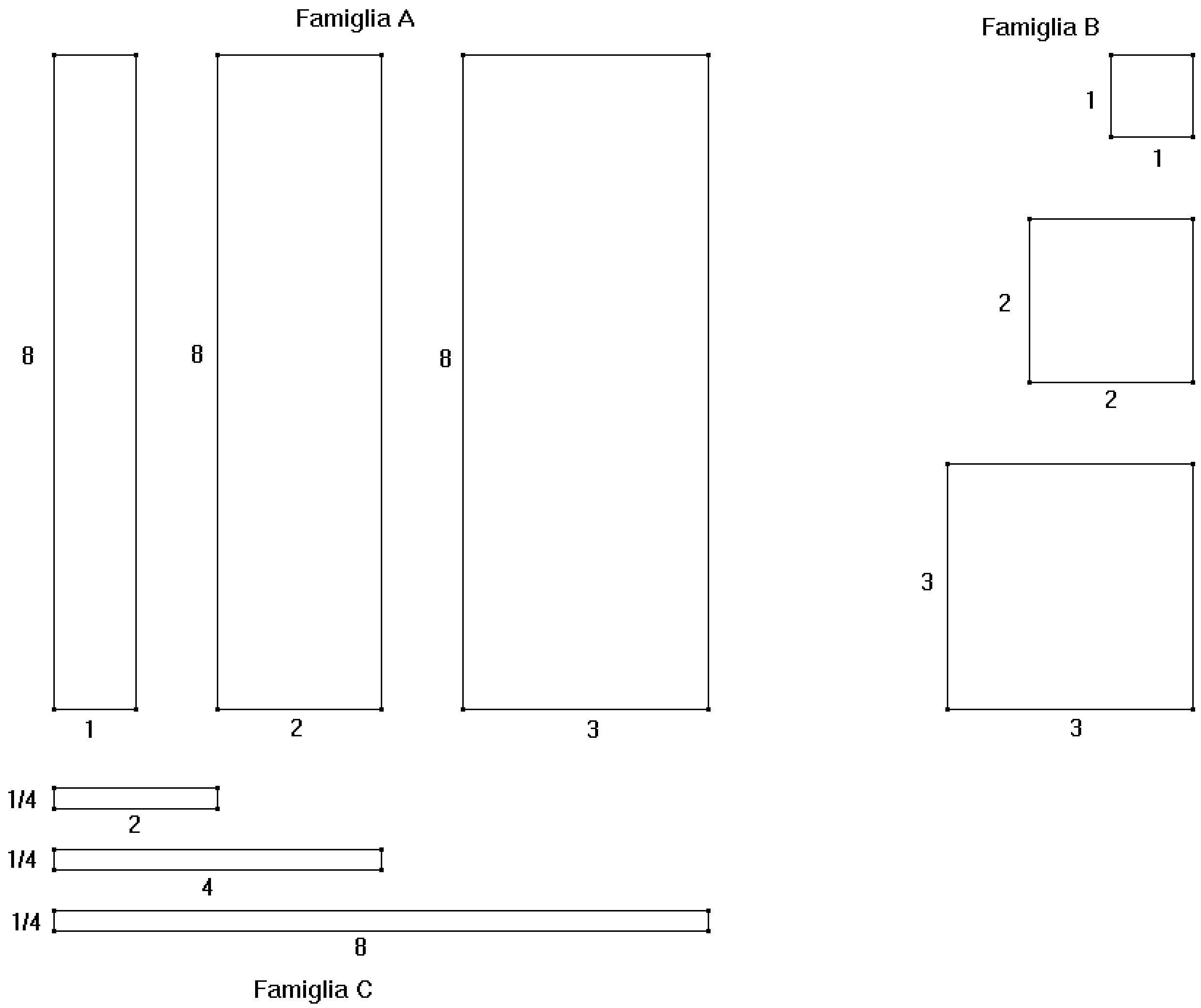



*Figura 1*

Nella famiglia A la larghezza dei rettangoli cresce di una unità ogni anno, mentre la lunghezza mantiene il valore costante di 8 unità. Nella famiglia B la larghezza e la lunghezza dei rettangoli crescono di una unità ogni anno. Nella famiglia C la lunghezza raddoppia ogni anno, mentre la larghezza resta sempre uguale a 1/4.

Proposta di lavoro

Formulate varie ipotesi riguardanti le seguenti questioni:

1) Confrontate le aree delle tre famiglie di rettangoli negli anni. Quali sono le situazioni iniziali? Quale famiglia (o famiglie) "supera" le altre famiglie (o famiglia) e quando?
2) In quanti anni l'area dei rettangoli di ogni famiglia supererà le 1000 unità quadrate?

Adesso verificate le vostre ipotesi con le calcolatrici grafiche.

Seguite queste indicazioni:

- Cercate di essere più accurati possibile.
- Scrivete una relazione per ogni gruppo.
- Descrivete le vostre congetture esplicitando su casa si sono basate e verbalizzate tutte le discussioni all'interno del gruppo.
- Discutete il modo in cui avete risolto il problema e l'uso che avete fatto della calcolatrice.

Seconda fase

L'insegnante discute con la classe le congetture formulate e le strategie adottate. Esperienze precedenti hanno evidenziato diverse situazioni tipiche. Gli studenti riportano, nelle loro relazioni, che nell'ottavo anno i tre rettangoli (uno per ogni famiglia) hanno la stessa area e che da quell'anno in poi la famiglia C si distacca dalla famiglia A, mentre la famiglia B rimane nel mezzo. La situazione ottenuta con l'uso ripetuto della calcolatrice per le rappresentazioni grafiche è in contrasto, però, con ciò che avevano supposto intuitivamente alla luce dei primi calcoli mentali, ossia che fosse la famiglia A o la famiglia B a crescere più velocemente.

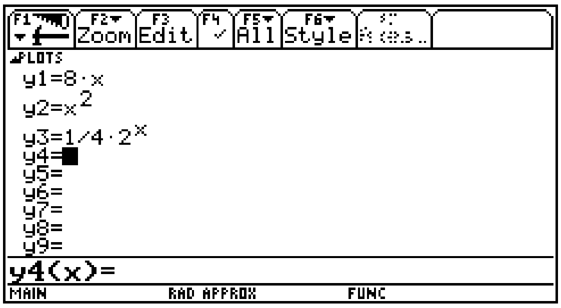



Figura 2

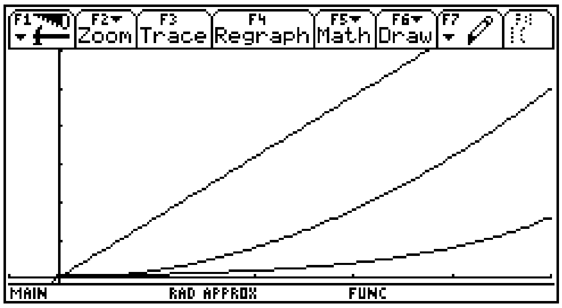



Figura 3

L'interazione con lo strumento informatico ha giocato un ruolo fondamentale nel convincere gli studenti della differenza sostanziale fra i tre modelli di crescita.

Le schermate che seguono sono alcune di quelle scelte nei gruppi come più significative del percorso di ricerca.

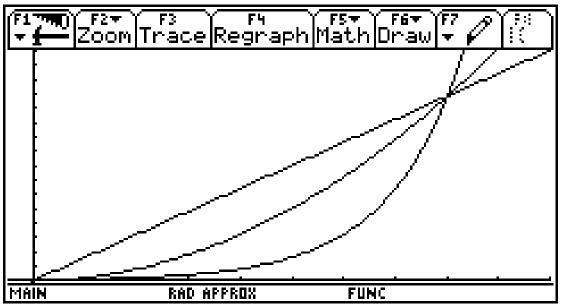



Figura 4

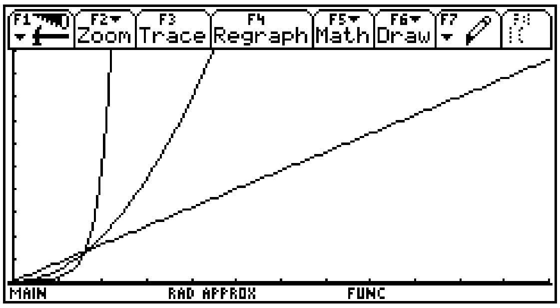



Figura 5

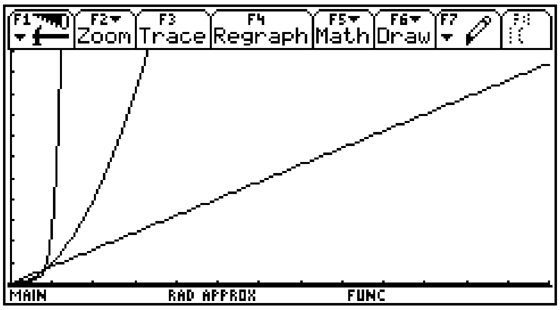



Figura 6

Le ultime due schermate sotto riportate sono prodotte dall'insegnante. La figura 8 è quella sulla quale le osservazioni degli studenti sull'ordine di grandezza della variabile trovano la conferma numerica dei risultati dedotti per via grafica.

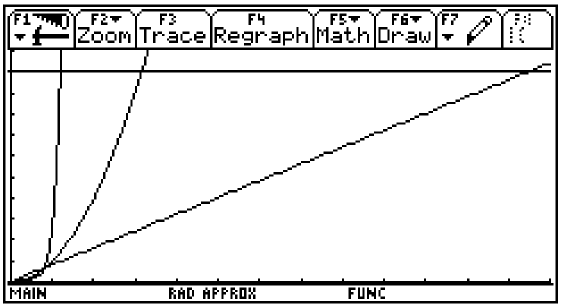
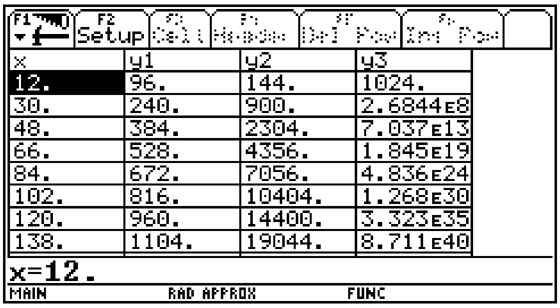



*Figura 7*



| x | y1 | y2 | y3 |
|---|---|---|---|
| 12. | 96. | 144. | 1024. |
| 30. | 240. | 900. | 2.6844E8 |
| 48. | 384. | 2304. | 7.037E13 |
| 66. | 528. | 4356. | 1.845E19 |
| 84. | 672. | 7056. | 4.836E24 |
| 102. | 816. | 10404. | 1.268E30 |
| 120. | 960. | 14400. | 3.323E35 |
| 138. | 1104. | 19044. | 8.711E40 |

x=12.

MAIN RAD APPROX FUNC

*Figura 8*

**Possibili sviluppi**

- Costruire modelli in ambito geometrico che mettano in relazione lunghezze (lati, perimetri, …), aree (superfici laterali, superfici totali, somme di superfici, …), volumi (somme di volumi, …).
- Esplorazione di figure per determinare condizioni di massimo o di minimo. Un esempio può essere il seguente problema: è dato un segmento di lunghezza *L*. Costruisci due quadrati con i lati adiacenti sul segmento, e trova la configurazione che ha perimetro minimo.
  Studia come varia il perimetro della configurazione e rappresentalo con una formula.

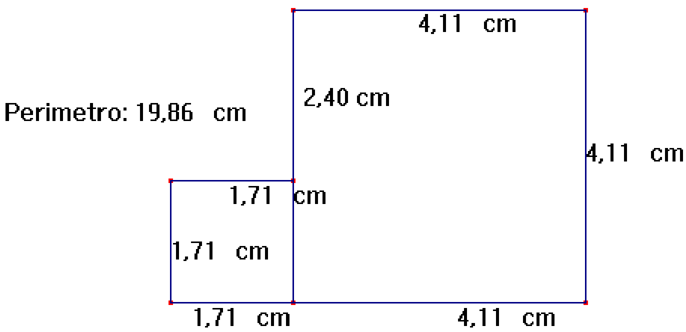



*Figura 9*

È utile in questo caso sfruttare le potenzialità di un software di geometria dinamica per l'esplorazione (con la funzione trascinamento) della configurazione in esame. L'ambiente calcolatrice contenuto nel software viene utilizzato per effettuare calcoli sulle misure coinvolte. In tal modo gli studenti possono osservare le variazioni delle lunghezze dei lati e del perimetro e fare le loro congetture sulla configurazione che corrisponde al perimetro minimo.

## Elementi di prove di verifica

**1.** Una famiglia numerosa

I batteri si riproducono per divisione cellulare. Supponiamo di avere una famiglia di batteri caratterizzata dal fatto che essi si dividono ad ogni secondo. Se all'inizio abbiamo un solo batterio, possiamo dire che all'istante iniziale $t = 0$, $n = 1$, dove $t$ è il tempo ed $n$ il numero di batteri.

a) Supponendo che nessun batterio muoia, quanti batteri ci saranno nella nostra popolazione dopo 10 s?

b) Quanti batteri ci saranno dopo 100 s? Riportate i dati che avete in una tabella e in un grafico.

c) Spiegate a parole come fareste a calcolare il numero $n$ dei batteri dopo un numero qualsiasi $h$ di secondi.

d) Scrivete una legge generale che spieghi come varia il numero di batteri al variare del tempo $t$: $n = \ldots\ldots$

e) Confrontate ora le due leggi che avete ottenuto, sulla base delle tabelle, dei grafici e delle formule.
Hanno analogie? Differenze? Spiegate la vostra opinione.