Quel che vedo è sempre vero

Livello scolare: 1° biennio

Abilità interessate	Conoscenze	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
Scoprire e descrivere regolarità in dati o in situazioni osservate. Usare linguaggi simbolici dell'algebra. Verificare una congettura in casi particolari con consapevolezza della distinzione tra verifica e dimostrazione. Confutare congetture mediante contro esempi.	Linguaggio naturale e linguaggio simbolico. Calcolo aritmetico e letterale. Semplici dimostrazioni. Tabelle e grafici. Funzioni essenziali del foglio elettronico.	<u>Argomentare</u>, <u>congetturare</u>, <u>dimostrare</u> Numeri e algoritmi Dati e previsioni Laboratorio di matematica	Storia

Contesto
Aritmetica: numeri naturali.

Questa attività può essere introdotta nel primo anno del primo biennio, quando gli studenti sanno sia calcolare il valore di un'espressione numerica e semplificare una semplice espressione letterale, sia utilizzare il foglio elettronico per velocizzare la verifica della congettura descritta o per ricercare contro esempi.
L'attività proposta - caratterizzata dalla problematicità della situazione (verifica dell'affermazione) e dall'implementazione nel foglio elettronico della stessa - permette agli studenti di consolidare le regole per il calcolo del valore di un'espressione letterale, di affinare uno spirito critico in seno alle forme di ragionamento e, inoltre, di acquisire piena consapevolezza sull'uso degli strumenti di calcolo automatizzato.
Nell'attività sono prese in considerazione congetture semplici, verificabili numericamente e dimostrabili algebricamente, in modo da giustificare l'affermazione: Quel che vedo è sempre vero.

Descrizione dell'attività
Il percorso proposto parte da un'attività prevalentemente operativa, legata alla semplificazione di semplici espressioni algebriche corrispondenti alle affermazioni presentate, e si conclude con l'implementazione delle stesse in ambiente macchina. Quest'ultimo aspetto risulta necessario sia alla verifica delle affermazioni, sia allo sviluppo e al consolidamento del pensiero logico-deduttivo che maggiormente contraddistingue il "fare matematico".
All'attività sono legate l'acquisizione di varie abilità, ma soprattutto l'attenzione nella lettura e comprensione di enunciati matematici e la scoperta di aspetti interessanti legati agli insiemi numerici. E' utilizzata *la metodologia dell'apprendistato cognitivo*[1] intesa come imitazione, da parte dello studente, delle strategie e dei processi attivati dall'insegnante o da altri studenti per risolvere situazioni problematiche o per evitare le difficoltà nell'affrontare i problemi.
L'attività può essere presentata autonomamente o, meglio, inserita in un percorso più articolato che utilizza le altre unità: Non è vero che è sempre vero, Sarà vero ma non ci credo e Condizione necessaria ma non sufficiente.

[1] Vedi nota 1 all'attività precedente: *Diverse scritture per una formula.*

<u>Prima fase</u>

L'attività viene proposta in aula quando gli studenti sono in grado di calcolare il valore di un'espressione algebrica.

- L'insegnante enuncia agli studenti la seguente affermazione:
  La differenza tra il quadrato di un numero naturale e il quadrato del suo precedente è sempre un numero dispari?
- L'insegnante invita gli studenti, riuniti in gruppi, a verificare con esempi numerici tale asserzione e a ricercare eventuali eccezioni.
- L'insegnante evidenzia come il computer e in particolare l'uso del foglio elettronico può velocizzare il lavoro e aumentare il numero delle esplorazioni, anche con numeri grandi.

<u>Seconda fase</u>

L'attività viene proposta in laboratorio quando gli studenti sono in grado di utilizzare il computer e di implementare le specifiche istruzioni nel foglio elettronico.

- L'insegnante descrive le istruzioni necessarie a far eseguire automaticamente le operazioni in modo da verificare l'affermazione presentata.
- L'insegnante sollecita la riflessione ad un aspetto del problema **"…** *è sempre un numero dispari?*" e quindi prospetta la formalizzazione dell'espressione *(2n-1)* come formula generatrice dei numeri dispari.
- L'insegnante formalizza algebricamente l'affermazione enunciata in precedenza, nei vari modi possibili:
  - $n^2-(n-1)^2=2n-1$
  - $(n+1)^2-n^2=2n-1$.

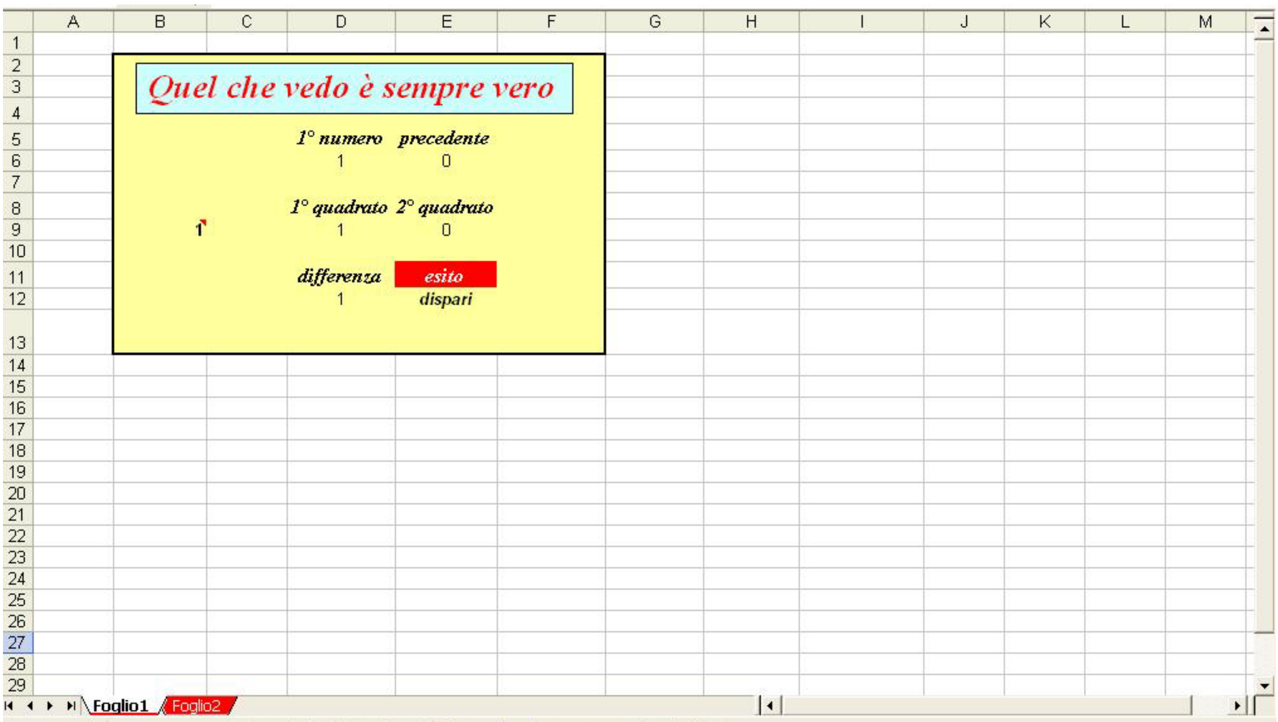
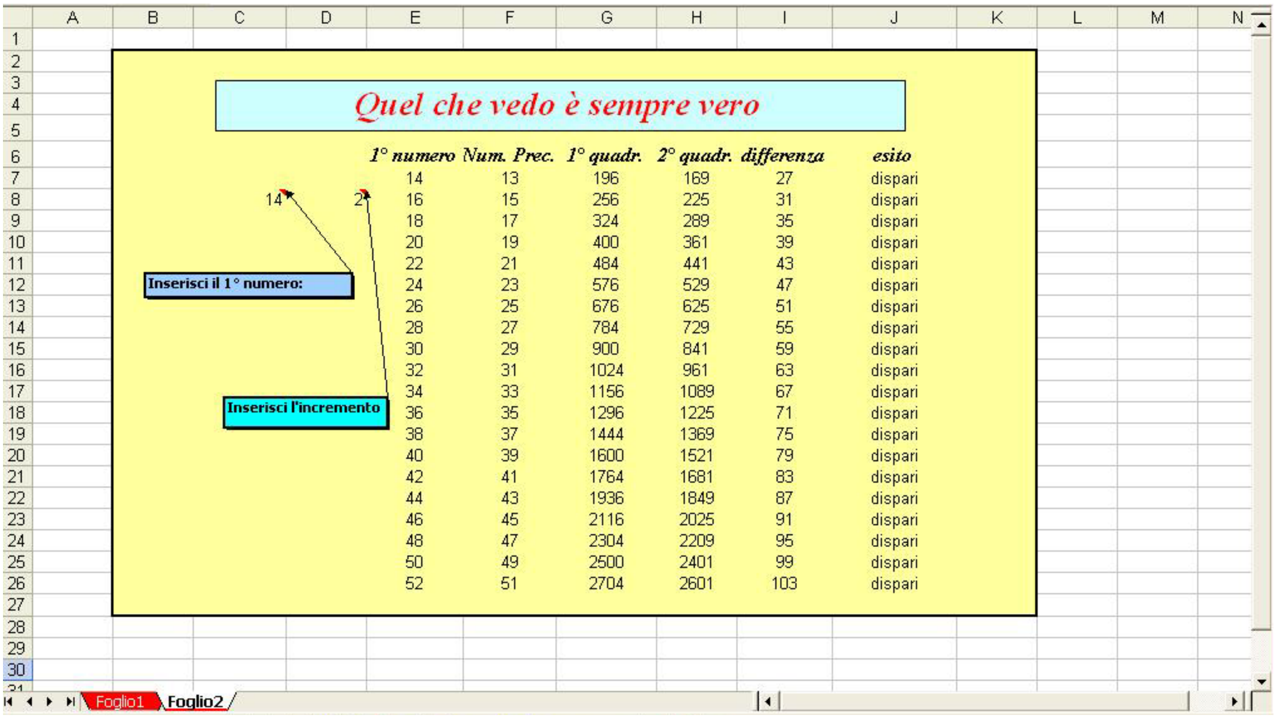


Figura 1

- L'insegnante propone di allargare l'esplorazione ad un numero più ampio di casi.



Quel che vedo è sempre vero

Inserisci il 1° numero: 14

Inserisci l'incremento: 2

1° numero	Num. Prec.	1° quadr.	2° quadr.	differenza	esito
14	13	196	169	27	dispari
16	15	256	225	31	dispari
18	17	324	289	35	dispari
20	19	400	361	39	dispari
22	21	484	441	43	dispari
24	23	576	529	47	dispari
26	25	676	625	51	dispari
28	27	784	729	55	dispari
30	29	900	841	59	dispari
32	31	1024	961	63	dispari
34	33	1156	1089	67	dispari
36	35	1296	1225	71	dispari
38	37	1444	1369	75	dispari
40	39	1600	1521	79	dispari
42	41	1764	1681	83	dispari
44	43	1936	1849	87	dispari
46	45	2116	2025	91	dispari
48	47	2304	2209	95	dispari
50	49	2500	2401	99	dispari
52	51	2704	2601	103	dispari

Foglio1 Foglio2

Figura 2

- L'insegnante stimola gli studenti a ricercare la differenza tra verifica e dimostrazione in una congettura e a giustificare l'espressione: Quel che vedo è sempre vero, ossia affermazioni sempre verificabili aritmeticamente e sempre dimostrabili algebricamente.

Possibili sviluppi

- Per consolidare l'esperienza l'insegnante prospetta agli studenti di utilizzare altri numeri del tipo:
  - $(2n+1)$ e $2n$
  - *altre forme algebriche.*
- L'insegnante propone di osservare, verificare, dimostrare le seguenti affermazioni:
  - *la somma di due numeri dispari consecutivi è un numero pari*;
  - *la somma di un numero pari con un numero dispari è un numero dispari*;
  - *la somma di due numeri pari è un numero pari*;
  - *il prodotto di due numeri dispari è un numero dispari*;
  - *il prodotto di due numeri, di cui uno è pari, è pari*;

  e di risolvere e commentare il seguente rompicapo:
  - "*Ciascuna delle persone che ha partecipato ad un ricevimento ha dato un certo numero di strette di mano. Dimostrare che il numero di quelli che ne hanno dato un numero dispari, è pari*".

Elementi di prove di verifica

1. *Indicare qual è la somma di due numeri dispari consecutivi:*
a) 4(n+1)
b) 4(n-1)
c) 4n+1
d) 4n-1
e) nessuna delle precedenti affermazioni è esatta

2. *Indicare qual è la somma di due numeri pari consecutivi:*
a) 4(n-2)
b) 4(n-1)
c) 4n-1
d) 4n-2
e) nessuna delle precedenti affermazioni è esatta

3. *Indicare qual è la somma di tre numeri pari consecutivi:*
a) 6(n-1)
b) 6n
c) 3n
d) 6n+8
e) 6n+4

4. *Indicare qual è la somma di tre numeri dispari consecutivi:*
a) 6(n-1)
b) 6n
c) 3n
d) 6n+8
e) 6n-3

5. *Indicare qual è la risposta esatta:*
a) la somma di tre numeri consecutivi è sempre dispari
b) la somma di tre numeri consecutivi è sempre pari
c) la somma di tre numeri consecutivi è multiplo di sei
d) la somma di tre numeri consecutivi è multiplo di due
e) nessuna delle precedenti affermazioni è esatta

6. *Indicare qual è la risposta esatta:*
a) la somma di due numeri consecutivi è sempre dispari
b) la somma di due numeri consecutivi è sempre pari
c) la somma di due numeri consecutivi è sempre multiplo di tre
d) la somma di due numeri consecutivi è multiplo di due
e) nessuna delle precedenti affermazioni è esatta

7. *Indicare qual è la risposta esatta:*
a) la somma di due numeri qualsiasi è sempre dispari
b) la somma di due numeri qualsiasi è sempre pari
c) la somma di due numeri qualsiasi è sempre multiplo di tre
d) la somma di due numeri qualsiasi è multiplo di due
e) nessuna delle precedenti affermazioni è esatta