

## Di media non ce n'è una sola!

**Livello scolastico:** 1° biennio

Abilità interessate	Conoscenze	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
Calcolare i principali valori medi per caratteri quantitativi.	Proprietà dei principali valori medi.	<u>Dati e previsioni</u>  Numeri e algoritmi  Argomentare, congetturare, dimostrare  Misurare  Risolvere e porsi problemi	Viaggi  Commercio  Vita sociale

### Contesto.

Vita quotidiana.

Il contesto è di tipo matematico, in particolare riguarda l'ambito statistico e l'ambito probabilistico. Partendo da situazioni problematiche legate all'esperienza degli studenti (vedi anche l'attività "Arrivare a scuola") si possono introdurre alcune attività che motivino l'introduzione di diversi valori medi. L'unità è rivolta a studenti del primo biennio con l'obiettivo di "fugare" la credenza, ampiamente diffusa nell'opinione pubblica, che esista soltanto la media aritmetica (la cosiddetta "media matematica"!): utile per giustificare o risolvere qualunque problema in cui occorra individuare un indice sintetico.

### Descrizione dell'attività

#### Prima fase

L'insegnante presenta le seguenti situazioni problematiche:

- a) Un aereo viaggia da Roma a New York. All'andata le correnti favorevoli permettono all'aereo di viaggiare alla velocità di crociera di 932 Km/h; al ritorno la velocità è, invece, di 856 Km/h. Qual è la velocità media dell'aereo nell'intero percorso andata-ritorno?
- b) Una agenzia che effettua indagini di mercato ha rilevato per una rete televisiva i seguenti dati medi giornalieri di ascolto, nel periodo invernale e nella fascia oraria dalle 20 alle 21:

Giorno della settimana	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
Numero medio spettatori (in migliaia)	1.200	1.800	2.000	1.600	1.200	800	900

Una agenzia di pubblicità in quale giorno potrebbe consigliare a un proprio cliente di inserire uno spot pubblicitario di un prodotto per la neve, volendo usare la fascia oraria 20 – 21?

- c) In un ciclo di lavorazione tre apparecchiature lavorano in serie: la prima macchina ha un rendimento del 90 % , la seconda dell'80% , la terza del 30%. Qual è il rendimento medio complessivo?

d) Uno studente nella pagella del primo quadrimestre ha riportato i seguenti voti:

Italiano	7
Storia	8
Geografia	7
Lingua inglese	6
Scienze	5
Matematica	4
Educazione Fisica	9

Il padre gli ha promesso un regalo se la media dei suoi voti fosse stata superiore al 7.  
Otterrà lo studente il regalo?

e) Uno studente universitario iscritto al corso di laurea in Matematica ha superato durante il primo anno i seguenti esami<sup>1</sup> riportando le seguenti votazioni:

Esame	Punteggio in trentesimi	Crediti
Laboratorio di Matematica	25	9
Analisi Matematica	24	12
Geometria	21	6
Algebra	27	6
Calcolo delle probabilità	23	9
Fisica generale	24	9
Lingua inglese	30	3
Fondamenti di Informatica	28	3
Abilità relazionali	30	3

Lo studente accede ad una borsa di studio se ha conseguito una media superiore a 27/30.  
Otterrà il nostro studente la borsa di studio?

f) In una prova multidisciplinare di Storia, Inglese, Matematica, Diritto, gli studenti vengono valutati con un punteggio da 0 a 15 per ogni materia. Il voto finale è dato dalla media dei quattro punteggi parziali. La prova non si considera superata se uno studente prende 0 punti in una delle materie. Quale valore medio consente di rappresentare adeguatamente questo modo di valutare?

### Seconda fase

Si invitano gli studenti, preferibilmente in attività di gruppo, a riflettere sul modo di risolvere i problemi proposti.

Gli errori ricorrenti potrebbero essere, relativamente ad ogni esercizio, i seguenti:

a) la prima idea risolutiva per tale problema è frequentemente quella di utilizzare la media aritmetica, ovvero di calcolare

$$v_m = \frac{932 + 856}{2} = 894 \text{ Km/h}$$

In tale situazione non è sempre semplice riuscire a spiegare allo studente dove è l'errore commesso. Può essere opportuno "esasperare" il problema assegnando valore 0 alla velocità

<sup>1</sup> Secondo il nuovo ordinamento universitario ad ogni esame è associato un numero di crediti: ciascun credito corrisponde a circa 25 ore di lezione-tutoraggio-impegno individuale dello studente. Ogni anno lo studente è tenuto ad accumulare 60 crediti.

media del ritorno, il che significa ammettere implicitamente di non ritornare; in tal caso appare evidente che la media aritmetica, conservando i totali dei valori da sintetizzare, non risolve il problema. L'insegnante condurrà allora gli studenti ponendo loro la domanda: nell'andata quanti Km si sono percorsi? E quanti nel ritorno? Come si può allora esprimere la velocità del "sistema" andata ritorno? E' ragionevole ammettere che il numero dei Km percorsi nell'andata e nel ritorno sia identico? Se sì, qual è la formulazione teorica che risolve il problema? Se no, il problema ha soluzione? L'insegnante può utilmente avvalersi del calcolo letterale, guidando gli studenti alla soluzione corretta che consiste nell'utilizzo della media **armonica**. Tale media può essere formalizzata in collegamento con il nucleo Numeri e algoritmi. Si avrà pertanto, ammettendo uguali i Km percorsi nell'andata e nel ritorno:

$$v_m = \frac{2}{\frac{1}{v_A} + \frac{1}{v_B}}$$

- b) Una lettura non sufficientemente attenta della distribuzione statistica potrebbe indurre gli studenti a calcolare la media aritmetica delle frequenze. L'insegnante ricorda il significato rispettivamente delle modalità e delle frequenze e conduce gli studenti ad individuare, come risposta al problema proposto, la moda. Essa in questo caso è il mercoledì, il giorno della settimana con la massima frequenza di ascolto.
- c) A questo punto del percorso, gli studenti dovrebbero avere chiaro che la media aritmetica risponde al problema della equidistribuzione di un totale che viene conservato. L'insegnante invita gli studenti a cogliere il senso del problema. La prima macchina in origine quanto deve rendere? Se la risposta è 100 pezzi, effettuata la lavorazione, quanto ha reso? Se si danno 90 pezzi alla seconda macchina quanti pezzi si ottengono? Se si immettono 72 pezzi nella terza ed ultima macchina quanti pezzi si hanno? Dunque da 100 pezzi teorici si ottengono in realtà, con l'intervento in serie delle 3 macchine, 21,6 pezzi. Il problema è allora di trovare tre macchine tutte con la stessa resa che diano alla fine dei tre passaggi 21,6 pezzi. Il percorso logico può essere coadiuvato da una semplice schematizzazione formale che porta a concludere che quando è necessario mantenere il risultato di un prodotto la media idonea è quella **geometrica**.
- d) Poiché in questo caso va rispettata la somma dei punteggi ottenuti, la sintesi corretta è la media aritmetica. E' da far notare un errore che gli studenti potrebbero commettere: calcolare le medie parziali dell'area umanistica (Italiano, Storia, Geografia, Lingua Inglese), scientifica (Scienze, Matematica) e di Educazione Fisica e poi fare la media semplice delle medie. Riflettere su ciò può essere didatticamente efficace perché dà l'opportunità di offrire un esempio di operazione non associativa. Infatti nel fare una media di medie parziali occorre tener conto di quante sono le unità statistiche che ciascuna media parziale sintetizza (collegamento con Numeri e algoritmi).
- e) Questo problema non dovrebbe creare eccessive difficoltà per convincere gli studenti ad utilizzare la media aritmetica ponderata. Nel caso in cui qualcuno commettesse l'errore di trascurare il credito si potrebbe proporre al solito un esempio "estremo": una valutazione di 30/30 in un esame con 3 crediti e una valutazione di 30/30 in un esame con 10 crediti può contare allo stesso modo? Evidentemente no! Una situazione simile potrebbe essere il calcolo della media **aritmetica** con valori ripetuti (per esempio i voti conseguiti da una classe di studenti in un compito di matematica).
- f) Quale dei valori medi utilizzati nei casi precedenti potrebbe andar bene in questo esempio?

Dalla discussione dovrebbe emergere che ciò che si vuole è che, quando si presenta uno zero, la sintesi si annulli. Dunque occorre utilizzare un valore medio fondato sul prodotto. E' forse la media geometrica la soluzione del problema posto? Essa in effetti è l'unica media che, assumendo in tal caso il valore 0, consente di escludere uno studente che abbia riportato un punteggio nullo in almeno una delle quattro materie.

### Terza fase

L'insegnante a questo punto sistematizza le conoscenze sui diversi tipi di medie, fornendo in ogni caso la formula e chiarendo le relative proprietà.

### Quarta fase

Verifica.

Si allegano elementi di prove di verifica sui valori medi.

### **Elementi di prove di verifica**

1. Il "colore dei capelli" viene osservato su tre individui, ottenendo:

A  
Capelli BIONDI

B  
Capelli ROSSI

C  
Capelli NERI

La mediana di questa distribuzione è:

- a) Capelli BIONDI
- b) Capelli ROSSI
- c) E' B
- d) Non si può calcolare
- e) Capelli NERI

La moda di questa distribuzione è:

- a) E' A
- b) Capelli NERI
- c) Non esiste
- d) Capelli ROSSI
- e) Capelli BIONDI

2. In una prova nove studenti vengono valutati, assegnando loro uno dei tre livelli: O = ottimo, B = Buono, S = Sufficiente, ottenendo:

Alberto	Gino	Raffaella	Maria	Anna	Mario	Giuseppe	Carla	Roberto
O	O	B	S	S	O	B	B	S

La mediana della distribuzione è:

- a) Anna
- b) O
- c) 4,5
- d) 5
- e) B

3. Il reddito medio mensile di cinque famiglie italiane nel mese di giugno nel 2002 è stato di € 1.705. Il reddito complessivo di queste famiglie è di:

- a) circa € 10.000
- b) minore di € 7.000
- c) non si può calcolare
- d) € 8.525
- e) maggiore di € 10.000

4. Ad una certa data, l'età media in anni compiuti dei componenti di una famiglia di quattro persone è pari ad anni 32. Se tre dei componenti hanno rispettivamente 15, 50 e 47 anni, l'età del quarto componente è:

- a) 16 anni
- b) 11 anni
- c) Minore di 10 anni
- d) Non si può calcolare
- e) 18 anni

5. I voti in matematica di 8 studenti di una scuola secondaria sono:

Studente	1	2	3	4	5	6	7	8
Voto	8	3	6	8	7	8	4	7

Per la metà degli studenti più bravi il voto minimo è stato almeno:

- a) 7,1
- b) 7
- c) 5
- d) 8
- e) 6

### Griglia di correzione

- 1. d, c
- 2. e
- 3. d
- 4. a
- 5. b