

A proposito di valutazione scolastica

Livello scolastico: 2° biennio

Abilità interessate	Conoscenze	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
Identificare situazioni che richiedono di rilevare lo stesso carattere su una unità statistica formata da 2 elementi, o 2 caratteri diversi sulla stessa unità statistica. Impostare una tabella a doppia entrata; classificare i dati secondo due caratteri e riconoscere in essa i diversi elementi individuabili.	Distribuzione doppia di frequenze e tabella a doppia entrata. Distribuzioni condizionate e marginali.	<u>Dati e previsioni</u> Numeri e Algoritmi Relazioni e funzioni Risolvere e porsi problemi Laboratorio di matematica	Organizzazione di attività

Contesto

Extramatematico, sociale, distribuzioni doppie.

Il contesto è di tipo matematico ed extramatematico ed è connesso all'ambito sociale; nel contesto matematico in particolare riguarda l'ambito statistico (distribuzioni doppie).

Questa attività è consigliata nel 2° biennio, come uno dei possibili approcci iniziali al nucleo. Il contesto è extramatematico e si basa sui dati di ingresso e di uscita dell'insieme degli studenti della classe prima di un istituto superiore e pone gli studenti di fronte all'analisi di un problema concreto che li coinvolge: trovare se esiste una relazione tra i giudizi di ingresso e i giudizi finali.

Descrizione dell'attività

Per affrontare il problema proposto è necessario rilevare per ogni studente il giudizio finale della scuola media (carattere qualitativo ordinato che si esprime con le modalità: Sufficiente, Buono, Distinto, Ottimo) e l'esito finale (carattere qualitativo ordinato che si esprime con le modalità decrescenti: Promosso, Promosso con 1 debito, Promosso con 2 debiti, Promosso con 3 debiti, Respinto). Con questi dati è possibile costruire una distribuzione doppia di frequenze che si presenta come nella Tabella 1: i dati ai quali la tabella si riferisce derivano da una rilevazione effettuata presso L'I.T.I.S. "C. Zuccante" di Mestre (Ve), nell'anno scolastico 2001/2002.

Studenti iscritti nelle classi prime dell'a.s. 2001/02
per giudizio della scuola media ed esito finale (frequenze assolute)

Giudizio scuola media	Esito finale					Totale
	Promosso	Prom1Deb	Prom2Deb	Prom3Deb	Respinto	
Sufficiente	8	8	15	34	41	106
Buono	40	21	15	17	13	106
Distinto	64	6	5	5		80
Ottimo	32	1				33
Totale	144	36	35	56	54	325

Tabella 1

Prima fase

L'insegnante stimola e guida gli studenti alla scoperta del significato degli elementi che compaiono nella Tabella 1.

Quante sono le combinazioni possibili delle modalità delle due variabili?

In generale sono tante quanto è il prodotto del numero delle modalità in riga per il numero delle modalità in colonna. C'è qualche relazione con il prodotto cartesiano di due insiemi?

Cosa indica il numero 21 in grassetto nella tabella? E' il numero degli studenti che hanno avuto "contemporaneamente" Buono nella scuola media e che sono stati Promossi con 1 debito formativo.

L'insegnante suggerisce di fissare l'attenzione sulla modalità Distinto tra quelle che appartengono al carattere "Giudizio della scuola media". Quanti sono gli studenti che hanno avuto tale valutazione? Quale distribuzione di "Esito finale" hanno conseguito? Si tratta di una distribuzione semplice? Da chi dipende? Ha senso dire che si tratta di una distribuzione semplice dell'"Esito finale" condizionatamente al fatto di avere conseguito Distinto alla scuola media?

L'insegnante conduce gli studenti a scrivere la distribuzione condizionata:

	Promosso	Prom1Deb	Prom2Deb	Prom3Deb	Respinto	Totale
Distinto	64	6	5	5		80

Quante sono le distribuzioni parziali condizionate alle modalità del giudizio della scuola media?

In modo analogo e come rinforzo del concetto in discussione, l'insegnante può opportunamente lavorare anche sulle 5 distribuzioni condizionate di colonna.

Si possono fare altre considerazioni sulla Tabella 1. Cosa si ottiene sommando le righe o le colonne? L'insegnante guida gli studenti a rendersi conto che da una distribuzione congiunta di frequenze relativa a due caratteri si ottengono in modo univoco le due distribuzioni semplici dei due caratteri rispetto ai quali si è classificato congiuntamente.

Distribuzione degli studenti rispetto all'Esito finale:

Promosso	Prom1Deb	Prom2Deb	Prom3Deb	Respinto	Totale
144	36	35	56	54	325

Distribuzione degli studenti rispetto al Giudizio della scuola media:

Sufficiente	106
Buono	106
Distinto	80
Ottimo	33
Totale	325

Seconda fase

Si può costruire una distribuzione doppia di frequenze relative? Quali informazioni fornisce?

L'insegnante guida gli studenti ad esprimersi con le percentuali. Qual è la percentuale di studenti che hanno conseguito Distinto alla scuola media e sono stati Promossi in seconda? Qual è la percentuale di coloro che hanno conseguito Sufficiente alla scuola media e sono stati Respinti?

L'insegnante può stimolare la discussione circa l'esistenza di un legame tra il "Giudizio della scuola media" e l'"Esito finale".

Studenti iscritti nelle classi prime dell'a.s. 2001/02
per giudizio della scuola media ed esito finale (percentuali sul totale)

Giudizio scuola media	Esito finale					Totale
	Promosso	Prom1Deb	Prom2Deb	Prom3Deb	Respinto	
Sufficiente	2,5	2,5	4,6	10,5	12,6	32,6
Buono	12,3	6,5	4,6	5,2	4,0	32,6
Distinto	19,7	1,8	1,5	1,5	0	24,6
Ottimo	9,8	0,3	0	0	0	10,2
Totale	44,3	11,1	10,8	17,2	16,6	100,0

Tabella 2

Come si può “vedere” ed, eventualmente, misurare l'intensità di questo legame?

Per capire come si analizza l'esistenza di un eventuale legame (**connessione**) tra due caratteri, l'insegnante propone all'attenzione degli studenti la seguente tabella:

	Promosso	Prom1Deb	Prom2Deb	Prom3Deb	Respinto	Totale
Sufficiente	$P^{\wedge}S$	$1D^{\wedge}S$	$2D^{\wedge}S$	$3D^{\wedge}S$	$R^{\wedge}S$	S
Buono	$P^{\wedge}B$	$1D^{\wedge}B$	$2D^{\wedge}B$	$3D^{\wedge}B$	$R^{\wedge}B$	B
Distinto	$P^{\wedge}D$	$1D^{\wedge}D$	$2D^{\wedge}D$	$3D^{\wedge}D$	$R^{\wedge}D$	D
Ottimo	$P^{\wedge}O$	$1D^{\wedge}O$	$2D^{\wedge}O$	$3D^{\wedge}O$	$R^{\wedge}O$	O
Totale	P	$1D$	$2D$	$3D$	R	n

Tabella 3

Ogni riga della tabella precedente rappresenta, in simboli, la distribuzione condizionata, del carattere “Esito finale” rispetto alle diverse modalità del carattere “Giudizio della scuola media”, con riferimento alle frequenze assolute.

I simboli di Tabella 3 fanno riferimento ai corrispondenti valori della Tabella 1.

Per rispondere alla domanda posta, però, occorre fare riferimento ai valori percentuali. Perché? L'insegnante dopo aver fatto osservare che la distribuzione marginale e le condizionate hanno diverse numerosità, ricorda agli studenti che per poter confrontare distribuzioni con diverse numerosità occorre ricorrere alle frequenze relative o a quelle percentuali.

Se le modalità di un carattere non avessero influenza sulla distribuzione dell'altro, tutte le distribuzioni percentuali condizionate di riga o di colonna dovrebbero essere uguali e coincidere con la corrispondente distribuzione marginale.

Ad esempio, se il carattere “Giudizio della scuola media” non avesse influenza sull’“Esito finale” si avrebbero per i “Promossi” le seguenti situazioni:

$$\frac{P^{\wedge}S}{S} = \frac{P^{\wedge}B}{B} = \frac{P^{\wedge}D}{D} = \frac{P^{\wedge}O}{O}$$

Applicando tra queste proporzioni la proprietà del comporre si ottiene ad esempio:

$$\frac{P^{\wedge}S + P^{\wedge}B + P^{\wedge}D + P^{\wedge}O}{S + B + D + O} = \frac{P^{\wedge}D}{D}$$

Il numeratore del primo membro è l'insieme dei "Promossi" mentre il denominatore rappresenta l'insieme degli studenti, quindi:

$$\frac{P}{n} = \frac{P^* D}{D}$$

Questo implica che i valori delle frequenze assolute congiunte dovrebbero essere dati da:

$$P^* D = \frac{P * D}{n}$$

Questo valore rappresenta la frequenza teorica associata alla coppia di eventi (Distinto, Promosso) nell'ipotesi di indipendenza associativa e viene perciò chiamata frequenza teorica in condizione di indipendenza (l'insegnante suggerisce agli alunni di rivedere la regola per il calcolo della probabilità composta per eventi indipendenti).

Questo ragionamento vale per ogni coppia di modalità e quindi è possibile costruire, eventualmente con l'uso del computer, la tabella di indipendenza in cui ogni cella soddisfa alla condizione precedente; tale tabella si dice anche Tabella di connessione nulla.

Tabella di connessione "nulla" fra giudizio della scuola media ed esito finale

	Promosso	Prom1Deb	Prom2Deb	Prom3Deb	Respinto	Totale
Sufficiente	46,966	11,742	11,415	18,265	17,612	106
Buono	46,966	11,742	11,415	18,265	17,612	106
Distinto	35,446	8,862	8,615	13,785	13,292	80
Ottimo	14,622	3,655	3,554	5,686	5,483	33
Totale	144	36	35	56	54	325

Tabella 4

L'insegnante domanda come sono le distribuzioni marginali della Tabella 1 (tabella osservata) e quelle della Tabella 4 (tabella teorica)? Come mai la Tabella 1 contiene solo numeri interi mentre la Tabella 4 contiene tutti numeri decimali?

Come è possibile valutare la "distanza" tra dati osservati e dati teorici in ipotesi di indipendenza? Dopo aver lasciato dibattere gli studenti su questo problema, l'insegnante propone una possibile quantificazione di tale "distanza" costruendo la differenza in modulo tra le frequenze delle caselle corrispondenti nelle due tabelle.

Tabella delle differenze assolute tra i dati della Tabella 1 e quelli della Tabella 4

	Promosso	Prom1Deb	Prom2Deb	Prom3Deb	Respinto
Sufficiente	38,97	3,74	3,58	15,74	23,39
Buono	6,97	9,26	3,58	1,26	4,61
Distinto	28,55	2,86	3,62	8,78	13,29
Ottimo	17,38	2,66	3,55	5,69	5,48

Tabella 5

I dati della Tabella 5 mettono in luce la presenza di alcune distanze (in grassetto) piuttosto elevate rispetto alle altre. Esse segnalano un allontanamento "consistente" dalla condizione teorica di indipendenza.

L'insegnante guida gli studenti a descrivere i dati della Tabella 5. Nel corso del dibattito si osservano alcuni legami interessanti: gli ottimi promossi sono più dell'atteso; i distinti promossi sono più del previsto e non esistono distinti respinti, pur esistendo la corrispondente frequenza teorica; i sufficienti-promossi sono meno dell'atteso mentre i sufficienti-respinti e i sufficienti-promossi con tre debiti formativi sono più del previsto.

Elementi di prova di verifica

1. Si conosce la distribuzione di cento studenti secondo il sesso e il voto in una prova di matematica:

Sesso	Voto in matematica		Totale
	insufficiente	sufficiente	
Maschi	4	6	10
Femmine	36	54	90
Totale	40	60	100

- a) Secondo te, i caratteri “Sesso” e “Voto in matematica” sono connessi? ☐ Sì ☐ No
- b) Data una qualunque distribuzione di studenti secondo il “Sesso” e il “Voto in matematica”, si dice che tra i due caratteri in questione non c'è connessione se:
- Al variare delle modalità del carattere “Sesso” le distribuzioni percentuali secondo il carattere “Voto” sono uguali. ☐ Vero ☐ Falso
 - Rispetto al carattere “Sesso”, la distribuzione percentuale di quanti hanno un voto insufficiente è uguale alla distribuzione percentuale di quanti hanno un voto sufficiente. ☐ Vero ☐ Falso
 - Tra i maschi, la percentuale di quelli che hanno ottenuto sufficiente, sul totale dei maschi, è uguale alla percentuale di femmine con voto sufficiente, sul totale delle femmine. ☐ Vero ☐ Falso
 - Rispetto al totale degli alunni, la percentuale dei maschi con voto insufficiente è uguale alla percentuale dei maschi con voto sufficiente. ☐ Vero ☐ Falso

2. La tabella seguente riporta i risultati di un sondaggio rivolto ad un campione di 400 italiani adulti che riguarda il numero delle volte che si sono fatti visitare dal medico negli ultimi tre mesi:

Fumatore	Numero di visite mediche			Totale
	0 – 1	2 – 4	≥ 5	
Sì	20	60	80	160
No	110	90	40	240

- In percentuale tra i fumatori quanti sono quelli che si fanno visitare non meno di 5 volte?
- Il fatto di essere fumatori incide o non incide sulla distribuzione delle visite mediche degli ultimi tre mesi?

3. Il senato degli Stati Uniti nel 1994 era formato da 100 membri. Il 44% era repubblicano e tra i repubblicani il 95% era di sesso maschile. Si sa che le femmine erano in totale il 7% dei membri del senato.

- a. Inserisci le frequenze assolute nella tabella a doppia entrata per sesso e partito politico.
- b. Il partito politico incide sulla composizione per sesso?

Partito politico	Sesso		Totale
	Maschi	Femmine	
Repubblicani			
Democratici			
Totale			

Griglia di correzione

- 1.a. Sì
- 1.b. Vero; Vero, Vero, Falso
2. 50%; sì
- 3.

Partito politico	Sesso		Totale
	Maschi	Femmine	
Repubblicani	42	2	44
Democratici	51	5	56
Totale	93	7	100