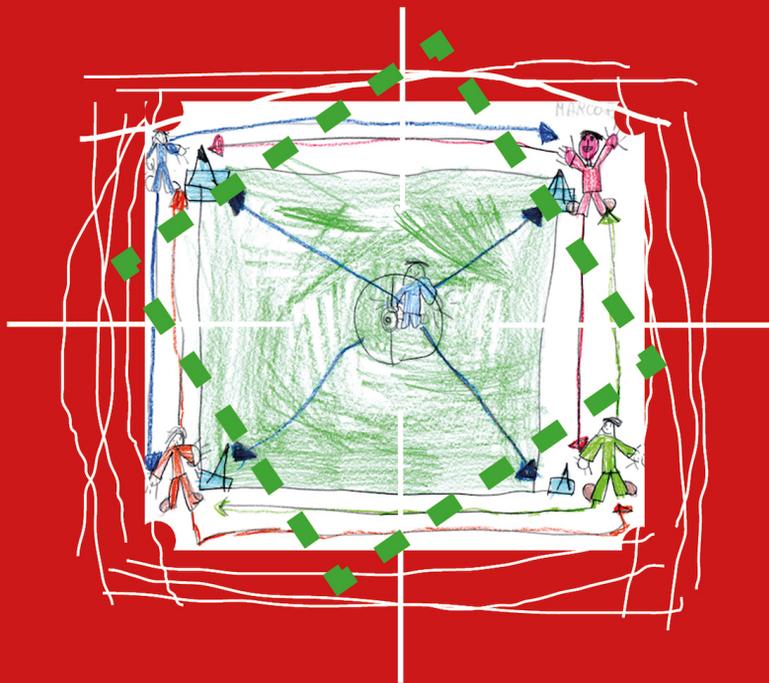


# Danze sul filo

**Dal movimento alle traslazioni**

Gruppo di ricerca *I fili lunghi della geometria*



## ***Indice***

### Introduzione

- La traslazione come trasformazione geometrica
- Le attività nella scuola dell'infanzia e primaria

### Parte prima. Primi passi verso le traslazioni.

#### Amici scialle sciallera

- Dove mi trovo?
- Dove vado?
- Movimenti ragionati

*Sintesi del percorso*

*Approfondimenti per l'insegnante*

#### Il gioco dei 4 cantoni

- Le regole del gioco e la rappresentazione

*Sintesi del percorso*

*Approfondimenti per l'insegnante*

### Parte seconda. Vettori, traslazioni e sistemi di riferimento.

#### Balliamo tutti insieme

- La rappresentazione spontanea del ballo

- In terza
- In quarta

#### Punti salienti

- La rappresentazione comune

- In terza
- In quarta

#### Punti salienti

- Balliamo seguendo la nostra rappresentazione

- In terza
- In quarta
- Il confronto

#### Punti salienti

#### Il ballerino matematico

- Nella classe di Roberta
- Alla scoperta del vettore nella classe di Angela
- Alla ricerca del sistema di riferimento nella classe di Chiara
- La costruzione del sistema di riferimento nella classe di Valeria

#### Punti salienti

#### Dal ballerino matematico al grafico

- Le caravelle
- Da una rappresentazione matematica alla danza
- Verso la meta...
- Quasi alla meta...

#### Punti salienti

*Sintesi del percorso*

*Approfondimenti per l'insegnante*

#### APPENDICE 1: Attività con Scratch sulle coordinate

#### APPENDICE 2: Lavoriamo con GeoGebra

#### *Bibliografia*

## Introduzione

Fa parte dei luoghi comuni della prassi didattica, soprattutto nella scuola dell'infanzia e primaria, dire che per fare geometria con i bambini si deve “partire dal corpo”: ma che cosa significa realmente questa espressione? Come si passa da una presa di coscienza del corpo – e delle sue relazioni con lo spazio, gli oggetti e le persone che lo popolano – alla matematica? E quale matematica si costruisce se il corpo è il punto di partenza?

Il corpo si prende in considerazione in due modi diversi: come sistema di riferimento rispetto a cui collocare gli oggetti e come oggetto esso stesso dotato di movimento. Le esperienze raccontate in questo libro si snodano quindi avendo presenti queste due modalità, una statica e una dinamica. I movimenti spontanei del corpo che si sposta su un pavimento, modello del piano geometrico, diventano oggetto di riflessione. Poco per volta, ripetendo più volte le esperienze, i bambini imparano a padroneggiare meglio la situazione e a costruire ragionamenti sempre più complessi e articolati.

Le danze popolari hanno offerto un contesto stimolante che inizialmente non abbiamo saputo valutare in tutta la sua portata. Siamo quindi rimaste sorprese dei risultati raggiunti e soprattutto del coinvolgimento emotivo e affettivo dei bambini in questo tipo di attività.

E alla fine ci siamo accorte di aver fatto molto di più cioè di aver tramesso ai bambini un modo di guardare la realtà attraverso gli strumenti che ci offre la geometria.

Nella geometria c'entra il corpo, ma, per supportare la costruzione di concetti geometrici, bisogna riflettere sui tipi di movimenti fatti, sulle loro caratteristiche e sui risultati dei movimenti stessi. In questo modo si offre ai bambini uno strumento potente per comprendere la geometria.

Lo spostamento rigido, l'isometria di cui tratteremo è in particolare la traslazione che descrive tutti gli spostamenti in linea retta e su rette parallele che avvengono nel corso delle danze proposte ai bambini. Ragionando per traslazioni i bambini dovranno dimenticarsi dei movimenti fatti per confrontare la situazione di partenza e quella di arrivo e descrivere quali cambiamenti sono stati generati dai loro spostamenti sul piano geometrico rappresentato dal pavimento. La situazione che abbiamo preparato comprende la ricerca di forme di rappresentazione idonee a comunicare gli spostamenti e i bambini inventano subito le frecce. Ragionando sulle frecce e facendo intervenire, a seconda dell'età dei bambini, anche altri concetti geometrici, si creano le condizioni per costruire il concetto di *vettore* legandolo a quello di *punto*, *direzione*, *verso* e infine di *parallelismo*. Per poter danzare tutti insieme servono delle regole, dei tempi, dei sincronismi, dei posti fissi... la geometria nasce quasi da sola come esigenza per poter descrivere e comunicare.

### *La traslazione come trasformazione geometrica*

I discorsi che nascono e si sviluppano durante le diverse fasi dell'attività conducono ad una graduale presa di coscienza dei concetti geometrici legati alla traslazione. Per poterla descrivere geometricamente gli allievi devono individuare l'oggetto da traslare, in questo caso i punti che indicano la posizione del loro corpo, la direzione e il verso dello spostamento e la distanza da percorrere. Queste informazioni sono contenute nella "freccia" orientata la cui lunghezza esprime la distanza percorsa. Con essa la traslazione è interamente definita e i bambini non hanno alcuna difficoltà nel tracciarla una volta individuato il punto di partenza e quello di arrivo di uno spostamento in linea retta.

La freccia è diventata quindi "vettore" in senso geometrico nel momento in cui i bambini potevano pensare che tutti i punti del piano si spostavano secondo le indicazioni date.

Occorre però uno sforzo ulteriore di astrazione per comprendere che quel vettore rappresenta lo spostamento di *tutti i punti del piano* come se ci fosse un foglio trasparente che scorre sul piano di origine e trascina con sé tutti i “punti” che lo compongono.

Questo è un passaggio delicato che i bambini non possono compiere da soli o rifacendosi all’esperienza concreta. Per raggiungere questa consapevolezza può essere d’aiuto l’uso di un software di geometria dinamica come GeoGebra che automatizza questa operazione producendo la traslazione stessa virtualmente una volta definito il vettore.

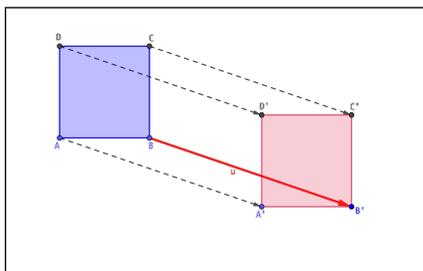


Figura 1a. Traslazione con vettore che parte da un vertice del quadrato.

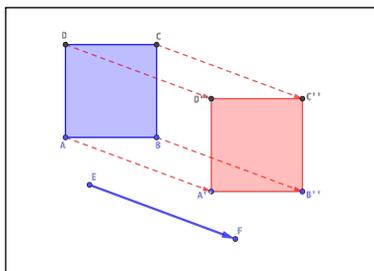


Figura 1b. Traslazione con vettore disposto in un punto qualsiasi del piano.

Un aspetto che di solito viene trascurato nel trattare le traslazioni (e anche le altre isometrie!) è la *composizione di traslazioni* cioè studiare che cosa succede se si applicano due traslazioni successive a uno stesso oggetto, e scopriamo che questa trasformazione geometrica<sup>1</sup> gode di particolari proprietà: è chiusa (cioè due traslazioni successive generano una nuova traslazione), è associativa, ha un elemento neutro, esiste l'inverso.

---

<sup>1</sup> vedi Prefazione.

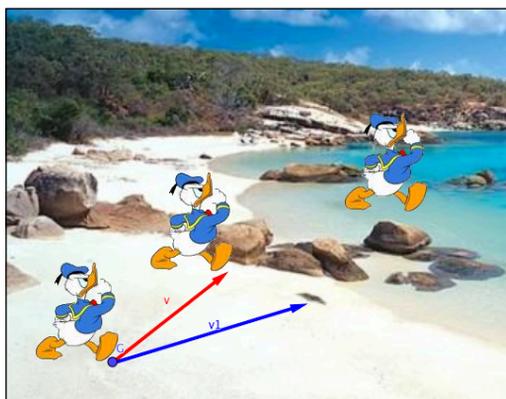


Figura 2a. Paperino trasla prima con il vettore  $v$  e poi con il vettore  $v1$ .

È importante che i nostri allievi si rendano conto, ad esempio, che applicando di seguito due vettori il risultato è lo stesso che si otterrebbe tracciando un unico vettore che rappresenta la diagonale del parallelogramma dato dai due vettori come si vede in figura<sup>2</sup>.

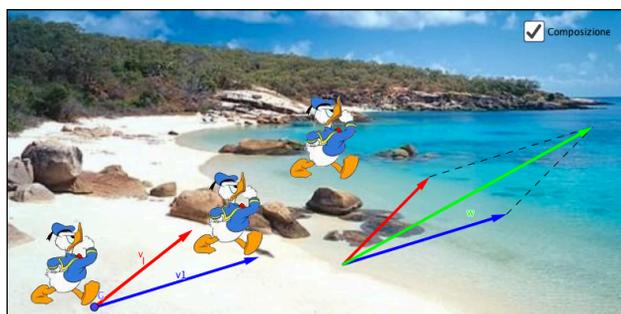


Figura 2b. Ora trasla prima con il vettore  $v1$  e poi con il vettore  $v$  ma arriva sempre nello stesso punto. La composizione di traslazioni è commutativa come mostra il parallelogramma.

---

<sup>2</sup> Il file GeoGebra è stato realizzato da Maria Cantoni per uno dei corsi di formazione di geometria per la scuola primaria che abbiamo condotto insieme.

L'ultima attività realizzata nelle classi quinte ha proprio come scopo di far intuire questa regola. Il problema posto ai bambini parte in questo caso da una rappresentazione già formalizzata che viene data loro da interpretare.

Un elemento importante che si ricava da questa esperienza, e nasce già durante le attività concrete svolte precedentemente, è come la traslazione sia intimamente legata alla *relazione di parallelismo tra rette*. Le rette parallele sono generate dalla traslazione nel piano di una retta di partenza e se osserviamo che cosa succede in una traslazione ci accorgiamo che in quel tipo di spostamento tutti i punti si spostano su rette parallele. Il parallelogramma generato dall'applicazione successiva di due traslazioni ne è un'ulteriore conferma. I bambini fanno esperienza di questo legame quando, facendo scorrere una squadretta sull'altra, come si vede in figura, ottengono rette parallele. E questo succede sempre... anche se le squadrette non sono perpendicolari.



*Figura 3.* Quando una squadretta scorre lungo una retta si ottengono sempre rette parallele ([link al filmato](#) che illustra la procedura).

Facciamo notare questo fatto ai bambini, non limitiamoci a dire loro “come” si fa ma anche “perché” si fa così, nei limiti delle loro capacità. Ci sarà poi tempo negli ordini scolastici successivi per approfondire e rendere coscienti tante azioni. Fare esperienza e riflettere sull’esperienza però deve essere un punto fermo nel nostro metodo di lavoro.

Traslazione, parallelismo e direzione come *classe di equivalenza* costituita da tutte le rette parallele ad una data sono concetti geometrici “alti” che nel tempo si preciseranno e diventeranno strumenti necessari per risolvere problemi, anche molto complessi; sono anche concetti che spesso nei libri di testo della scuola primaria vengono solo definiti, mai presentati all’interno di situazioni problematiche che diano loro un senso; la loro comprensione è affidata alle capacità intuitive degli allievi e ci si limita a confrontare il concetto con qualche situazione reale che spesso ne banalizza il significato o diventa fuorviante, ad esempio il paragone tra rette parallele e binari della ferrovia. I modelli presi dalla realtà aiutano in un primo momento ma se non si va oltre non si entra nella matematica, si rimane solo... ai bordi.

### *Le attività nella scuola dell’infanzia e primaria*

La proposta didattica presentata nel libro è stata sviluppata in verticale dalla scuola dell’infanzia fino alla classe quinta e diversamente interpretata e realizzata dagli insegnanti del gruppo *I fili lunghi della geometria* tenendo conto delle esperienze precedenti degli allievi e dei concetti da costruire con riferimento al curriculum.

Il libro è diviso in due parti: la prima parte presenta i primi passi verso il concetto di traslazione inseriti in un contesto di gioco per i bambini della scuola dell’infanzia e della classe prima primaria; la seconda parte contiene invece un percorso completo dalla terza alla quinta che guida gli allievi verso la matematizzazione dell’esperienza corporea di una danza di gruppo.

Nella scuola dell'infanzia l'attività è focalizzata sui concetti di *posizione, distanza, direzione e verso*. I bambini hanno eseguito un gioco cantato che comportava degli spostamenti da un punto ad un altro in linea retta che successivamente hanno rappresentato su un foglio riportando la situazione sul piano.

In prima l'insegnante voleva investigare sulle forme di *rappresentazione dei movimenti* sul piano che i bambini avrebbero prodotto spontaneamente in una situazione di gioco. Quindi li ha fatti giocare, ragionare sui movimenti e in seguito raccontare con il disegno lo svolgimento del gioco.

In terza e quarta invece il lavoro è stato orientato alla *costruzione del concetto di vettore* che poi ha condotto alla necessità di avere un sistema di riferimento e quindi alla rappresentazione dei passi della danza sul *piano cartesiano*.

In quinta si è operata una sintesi dell'esperienza aggiungendovi la *composizione di traslazioni*, lavorando su un piano molto più astratto.

Al termine di ogni capitolo abbiamo sintetizzato la varie fasi del percorso per orientare l'azione degli insegnanti che vorranno riproporre attività simili ai loro allievi e abbiamo suggerito altre attività per arricchire, completare, variare quanto compare nelle documentazioni.

Nelle due appendici parliamo di software: *Scratch* e *GeoGebra*.

Il primo dovrebbe essere utilizzato per le attività di *coding*<sup>3</sup> ma, come vedremo, può offrirci un ambiente di apprendimento significativo anche per affrontare alcuni aspetti della geometria. Nel nostro caso i bambini utilizzano il software per fare un gioco ma la programmazione è stata realizzata da un adulto competente. Gli allievi però, utilizzando il programma, intravedono la possibilità di fare delle

---

<sup>3</sup> Il *coding* è una disciplina che ha come base il *pensiero computazionale*, cioè tutti quei processi mentali che mirano alla risoluzione di problemi, progettazione di sistemi, comprensione del comportamento umano attraverso concetti solitamente attribuibili al campo della *computer science*. Il termine si traduce in italiano con "programmazione informatica". Il MIUR nel documento *Indicazioni nazionali e nuovi scenari* del 2018 riconosce il pensiero computazionale come uno degli strumenti digitali per la cittadinanza.

modifiche e quindi entrano in modo quasi naturale nel coding ponendosi problemi e studiando variazioni da implementare con il supporto di chi ha creato il gioco.

Il secondo è un *software di geometria dinamica* nato per la geometria ma progressivamente arricchito di strumenti relativi a molti altri contenuti della matematica (statistica, probabilità, costruzioni in 3D...). Nella scuola dell'infanzia e primaria ha senso proporlo perché si può adattare a diversi livelli di complessità e supporta molto bene i processi di generalizzazione dei bambini. Facendo sperimentare concretamente le variazioni di una figura soggetta a trasformazioni, gli allievi imparano a ragionare sugli *invarianti* e sulle relazioni geometriche, cosa che con un "disegno" statico risulta molto più complicato. Per disegnare con GeoGebra su un tablet bastano le dita e gesti molto intuitivi.

## Amici scialle sciallera

Francesca Zannoni, Fulvia Bassi, Paola Losi

*Scuola dell'infanzia, sezione treenni*

Saper usare lo spazio per muoversi, spostare o disporre elementi, capire dove si è rispetto a oggetti, trovare la strada che porta a un luogo definito fa parte della quotidianità. Più difficile è prenderne consapevolezza, descriverlo e rappresentarlo distaccandosi gradualmente dall'esperienza corporea per oggettivizzare i dati a disposizione. In questo percorso di primo approccio alla geometria (vedi Indicazioni Nazionali «...muovendosi nello spazio i bambini scelgono ed eseguono i percorsi più idonei per raggiungere una meta prefissata, scoprendo concetti geometrici come quelli di direzione e di angolo.») è per noi importante sperimentare con i bambini dell'infanzia l'idea di *posizione* e *direzione* nello spazio. Per questo motivo sono state pensate esperienze di movimento ragionato che, poi discusse e rappresentate, hanno generato non solo una prima idea e simbolizzazione di *punto* e *segmento*, ma anche di spostamento sul piano (pavimento) entrando a piccoli passi nelle trasformazioni geometriche e specificatamente nella traslazione.

Considerata l'età dei bambini (3 anni) le insegnanti scelgono di usare una danza perché per esperienza è una attività capace di coinvolgere emotivamente, dando senso alla proposta intera.

La danza è basata sul testo della canzone *Amici scialle sciallera* ripetuta più volte e molto ritmata:

Amici scialle sciallera<sup>4</sup> tibò tibò tibò  
Amici scialle sciallera tibò tibò tibò.

[...]

---

<sup>4</sup> Link ad una versione del canto [https://acrbans.tripod.com/lista/amici\\_scialle.mp3](https://acrbans.tripod.com/lista/amici_scialle.mp3)

I bambini, pur utilizzando durante il movimento il filo come facilitatore per non sbagliare direzione, non lo nominano nei loro racconti.

Il giorno dopo modifichiamo la situazione posizionando i pallini sopra un foglio sempre in due file parallele ma non più uno di fronte all'altro.

Osserviamo la nuova situazione e tiriamo il filo, in questo modo i fili non sono più paralleli tra loro. Chiediamo ai bambini di toccare e di seguire le linee tracciate dal filo per far cogliere la rettilineità (Figure 6a e 6b).

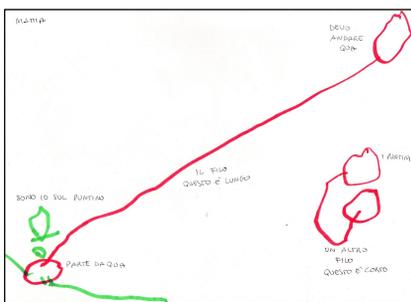


Figura 7a. Mattia: «Sono io sul puntino... devo andare qua. Il filo questo è lungo, un altro filo, questo è corto.»

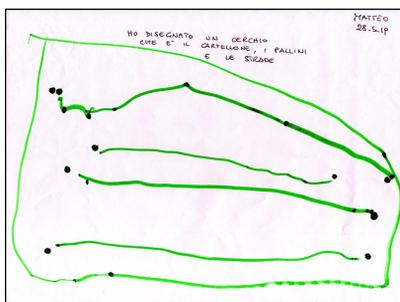


Figura 7b. Matteo: «Ho disegnato un cerchio che è il cartellone, i pallini e le strade.»

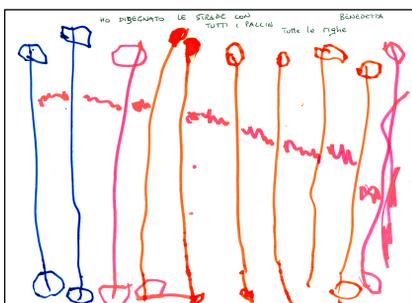


Figura 8a. Benedetta: «Ho disegnato le strade con tutti i pallini... tutte le righe.»



Figura 8b. Kevin: «Ho disegnato tutte le strade.»

## Il gioco dei 4 cantoni

Antonella Varesi

*Scuola primaria, classe prima*

Questo gioco è stato proposto nella classe prima con l'obiettivo di sperimentare spostamenti su un "modello" di piano geometrico (il pavimento della palestra), descrivere a parole i tipi di spostamento effettuati e rappresentare graficamente la situazione con strategie personali. La riflessione sulla situazione di gioco e sulle rappresentazioni dovrebbe condurre gli alunni a individuare gli elementi che caratterizzano una traslazione. Nel contempo dovrebbero fissare alcuni concetti chiave della geometria come punto, retta, piano, limitatamente a questo contesto, e porre le basi per concetti nuovi collegati con la traslazione come distanza, direzione, verso. Inoltre, riflettendo sul cambio di direzione che avviene spesso durante il gioco, potrebbe emergere l'idea di angolo come prodotto di una rotazione.

Qual è il punto di partenza? I bambini intuitivamente riconoscono che in uno spostamento si conservano tutte le caratteristiche metriche dell'oggetto spostato e sanno descrivere con parole e gesti uno spostamento realizzato con il proprio corpo esprimendosi con il linguaggio comune. Alcuni termini "geometrici" utilizzati spontaneamente non corrispondono ancora al loro significato matematico, ad esempio la parola "angolo" che, proprio per le caratteristiche del gioco, viene identificato con un punto.

### *Le regole del gioco e la rappresentazione*

Andiamo in palestra e ci mettiamo in cerchio, poi chiedo ai bambini: «Conoscete il gioco dei quattro cantoni? Ci avete mai giocato? Come si gioca?»

[...]

Mentre Ahmed ha una visione statica della situazione, altri cercano di renderne la dinamicità usando le frecce per indicare le mosse possibili dei giocatori come si vede nelle rappresentazioni che seguono.

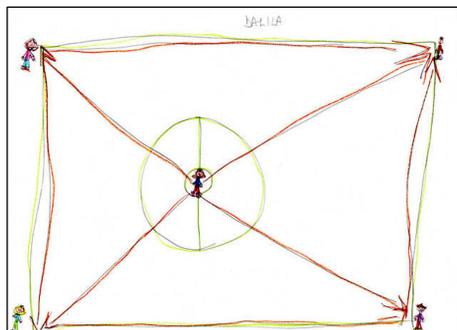


Figura 17. Dalila rappresenta le mosse possibili con le frecce solo in un senso.

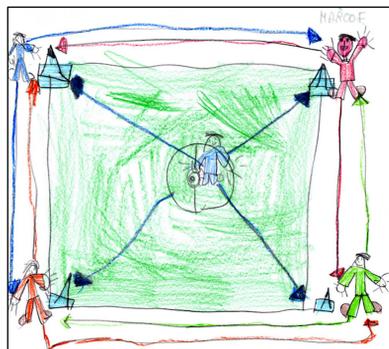


Figura 18. Marco aggiunge le mosse del bambino al centro individuando tutti gli spostamenti possibili.



Figura 19. Serena indica i possibili scambi tra i giocatori sui lati del campo di gioco con frecce nei due sensi.

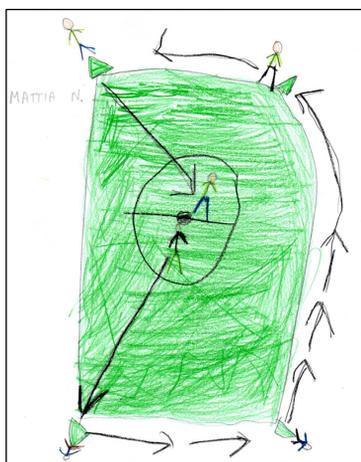


Figura 20. Mattia rappresenta gli scambi di posto in un momento specifico del gioco.

## Approfondimenti per l'insegnante

I fili tesi, in tutti i gradi scolari, sono un modello di retta che si può sfruttare in tanti modi. Anche nel gioco dei quattro cantoni potrebbe essere interessante riprendere il concetto di *rettilinearità* invitando gli allievi a tirare dei fili tra un “angolo” e l’altro per rendere visibili tutti i percorsi fatti. Il pezzo di filo teso è un segmento ma per i bambini non è difficile immaginare che questo segmento si possa prolungare quanto vogliamo mantenendo la sua rettilinearità e quindi diventare “mentalmente” una retta.



Figura 21. Un filo teso da due bambini come primo modello di retta.

Fin dalla scuola dell’infanzia ai bambini possiamo proporre esperienze con fili tesi allo scopo non solo di individuare direzioni, come abbiamo visto nel capitolo precedente con la danza *Scialle Sciallera*, ma anche “incroci”.

Infatti se prendiamo non uno ma due fili tesi e guardiamo che cosa succede quando si incontrano portiamo i ragionamenti dei bambini verso la relazione tra rette e apriamo la strada ai concetti di incidenza, parallelismo e perpendicolarità che sono importanti anche nel definire la forma del campo di gioco come quadrato o rettangolo.

## **Balliamo tutti insieme**

Alberta Pallaroni, Chiara Agazzi, Angela Chiappa, Valeria Perotti, Roberta Vecchia  
*Classi terza, quarta e quinta scuola primaria*

L'attività che narreremo in queste pagine si è svolta in parallelo in tre classi terze<sup>5</sup> e in quattro classi quarte<sup>6</sup>. Terremo come filo conduttore del racconto quanto è avvenuto in classe quarta perché è stato documentato in modo più ampio ed è proseguito in quinta introducendo attività di approfondimento e di sviluppo di alcuni concetti che nella classe precedente erano stati sviluppati solo parzialmente. Per evidenziare le differenze tra una classe e l'altra indicheremo le classi con il nome dell'insegnante; dove non indicato significa che l'attività non presenta variazioni significative nelle quattro classi.

Per quanto concerne il lavoro delle classi terze, basato su una danza popolare di origine rumena con caratteristiche simili a quella proposta in quarta, inseriremo nel testo solo alcuni passaggi particolarmente significativi per far vedere come, partendo da una proposta simile, il discorso geometrico evolva in modi diversi, non solo in base alla diversità delle classi e degli insegnanti che conducono l'attività, ma anche per le diverse conoscenze pregresse degli allievi.

---

<sup>5</sup> Alberta Pallaroni Classe 3° Scuola Primaria IC di Rivergaro e Gossolengo (PC)

<sup>6</sup> Chiara Agazzi Classe 4° B Scuola Primaria "Due giugno" Piacenza, Angela Chiappa Classe 4° E Scuola Primaria "Pezzani" Piacenza, Valeria Perotti Classe 4° Scuola Primaria di Agazzano (PC), Roberta Vecchia Classe 4° A Scuola Primaria di Vigolzone (PC).

## *La rappresentazione spontanea del ballo*

### *In terza*

In classe terza<sup>7</sup> l'attività parte con una domanda molto aperta: «Conoscete qualche danza o ballo di gruppo? ... Fate vedere ai compagni qualche passo.»

Si esibiscono alcuni bambini: Sara propone una danza rumena, Cesare e Oxhana mostrano la danza albanese che avevano fatto l'anno precedente a fine anno per un progetto, Rachele salta facendo roteare le braccia e Federico dice di mostrare una danza russa, quella in cui ci si piega fino a toccare quasi con il sedere a terra, braccia incrociate al petto e movimento delle gambe avanti e indietro.

*Insegnante: Che cosa hanno in comune queste danze?*

Alunno: Che si balla?

*I: Ma come?*

Valentina: Tutti in modo diverso.

Francesco: Si usano i piedi.

Vale: In quella della Rachele si usano anche le mani.

*I: Cosa si fa con i piedi e con le mani?*

Sara: La mia danza e quella di Oxhana erano in cerchio e si muovevano i piedi incrociando.

*I: Che cosa si fa in una danza quando si muovono i piedi?*

Alunni: Delle mosse.

*I: ok... e come si possono definire anche?*

Alunni: Movimenti.

Mi metto a fare alcuni passi chiedendo "come si chiamano questi"? Immediatamente mi rispondono "passi".

Matilde: Come quando si passa sulla linea dei numeri.

*I: Questi passi si fanno così come viene viene..?*

Anna: No, in un certo modo.

Mati: Si sta a ritmo della musica.

Fede: ...Per la danza russa sono più difficili.

*I: Quindi alcuni passi sono più facili, altri più difficili. Oltre a passi e ritmo, cos'è importante rispettare?*

---

<sup>7</sup> Per il resoconto relativo alle classi terze facciamo riferimento in particolare alla documentazione di Alberta Pallaroni.

[...]

Procediamo nello stesso modo per posizionare il punto d'arrivo.

Ora emerge la domanda: possiamo individuare un'altra retta su cui posizionare tutti i punti di arrivo? Per individuare altri punti si devono costruire anche le rette perpendicolari.



Figura 72. I bambini costruiscono con il filo la prima retta perpendicolare utile ad individuare le diverse posizioni dei ballerini e i cambi di direzione.



Figura 73. Con la seconda retta perpendicolare il sistema di riferimento prende forma.

Ora abbiamo incroci che individuano con precisione le posizioni.

Le rette hanno orientamenti diversi sul pavimento, che rappresenta il *piano geometrico*, e questi individuano una direzione. I bambini *do sul punto di partenza e sul punto di arrivo?*

## ***Sintesi del percorso***

### **Per iniziare:**

Visione del filmato con una danza da eseguire tutti in linea.

### **Sviluppo delle attività:**

In terza e quarta:

Rappresentazione spontanea della danza.

Discussione per giungere ad una rappresentazione condivisa e poter eseguire la danza tutti insieme.

Prove di ballo utilizzando la rappresentazione comune.

Confronto tra il ballo visto nel video e quello eseguito dalla classe in base alla rappresentazione.

Matematizzazione della danza come traslazione.

Solo in quarta:

Sistemi di riferimento e vettore.

In quinta:

Definizione della traslazione in termini matematici (vettore, piano cartesiano, composizione di traslazioni).

### **Per continuare:**

La simmetria, isometria fondamentale. Composizione di simmetrie: a seconda della posizione degli assi si ottengono traslazioni o rotazioni.

Approfondimento della rotazione (angolo di rotazione, centro di rotazione ecc.).