

Richard Courant e Herbert Robbins

**CHE COS'È LA MATEMATICA?**

INTRODUZIONE ELEMENTARE AI SUOI CONCETTI E METODI

1971 Boringhieri

## Indice

<i>Prefazione di Emma Castelnuovo</i> . . . . .	p.	15
<i>Prefazione dell'autore alla prima edizione</i> . . . . .	»	19
<i>Prefazione dell'autore alla seconda e terza edizione</i> »		23
Come si usa questo libro . . . . .	»	25
Che cos'è la matematica? . . . . .	»	27

### Capitolo I I numeri naturali

Introduzione . . . . .	»	33
§ 1. <i>Il calcolo con i numeri interi</i> . . . . .	»	34
1. Le leggi dell'aritmetica . . . . .	»	34
2. La rappresentazione dei numeri interi . . . . .	»	38
3. Calcolo in sistemi non decimali . . . . .	»	42
§ 2. <i>L'infinità del sistema numerico. Induzione matematica</i> . . . . .	»	45
1. Il principio di induzione matematica . . . . .	»	45
2. Progressioni aritmetiche . . . . .	»	48
3. Progressioni geometriche . . . . .	»	50
4. La somma dei primi $n$ quadrati . . . . .	»	51
5. Un'importante disequaglianza . . . . .	»	53
6. Il teorema del binomio . . . . .	»	54
7. Ulteriori osservazioni sul principio di induzione matematica . . . . .	»	57

### Supplemento al capitolo I La teoria dei numeri

Introduzione . . . . .	»	61
§ 1. <i>I numeri primi</i> . . . . .	»	62
1. Proprietà fondamentali . . . . .	»	62

## PREFAZIONE

di Emma Castelnuovo

*Chi abbia qualche idea, anche soltanto approssimativa, dello sviluppo della matematica negli ultimi trent'anni, sia nel dominio della speculazione pura, sia in quello delle più varie applicazioni tecniche, si chiederà forse se questo libro, appunto dopo trent'anni dalla sua pubblicazione in America, sia ancora atto ad appagare la curiosità dei lettori. Ma scorrendone anche soltanto le prime pagine, sarà certamente preso da un singolare fascino, sia che la matematica entri essenzialmente nella sua cultura professionale specifica (studenti, insegnanti di scuole secondarie, professori universitari) sia che, lontano da questa scienza, voglia semplicemente chiarire a sé stesso perché e come la matematica s'inserisca alla base della seconda rivoluzione industriale.*

*L'esperienza editoriale ha anzi ampiamente dimostrato che il prestigio dell'opera si mantiene e si rinforza con il passare degli anni, soprattutto in coloro che, lontani dalla matematica, ne avvertono tuttavia il sempre più vasto intervento nella rapida evoluzione tecnologica e vogliono perciò capire «che cosa sia la matematica», non già la matematica elementare che hanno dovuto studiare nella scuola, ma «quell'altra», quella che sta influenzando così fortemente il destino dell'uomo. Una nuova edizione italiana, diretta a soddisfare un più largo pubblico, appare dunque ampiamente giustificata.*

Cerchiamo di capire le ragioni di questo successo. Uno degli autori, Richard Courant, è un matematico di primo piano. Egli si rifugiò negli Stati Uniti dopo avere lavorato in Germania con David Hilbert (è coautore del famoso trattato *Methoden der mathematischen Physik*); e Hilbert fu una delle primissime figure che già alla fine del secolo scorso determinarono una svolta storica nei metodi, nei concetti e nella vita della matematica, dalle più astratte e fini ricerche alle più inaspettate e feconde applicazioni. Così il Courant, che negli Stati Uniti ha fondato uno dei più importanti centri di ricerca scientifica del mondo — l'Istituto Courant di New York — si trovava in posizione davvero eccezionale per dare un'idea di che cosa sia la matematica oltre il livello elementare.

Il lettore non viene addestrato all'uso meccanico di formule e di regolette ma, al contrario, avvinto dalle motivazioni intuitive con cui gli autori introducono le varie teorie e dall'eleganza e dalla profondità dei ragionamenti, arriva a godere della bellezza dei risultati ottenuti quasi fossero frutto della sua stessa intelligenza. E in questo modo che nell'opera si rivela, attraverso un'esposizione sempre chiarissima e brillante, il carattere affascinante della matematica.

Ho detto all'inizio che il libro si rivolge anche agli insegnanti, ai quali credo possa riuscire particolarmente utile come un modello esemplare nel campo della didattica. Perché solo un insegnamento come lo preconizzava il Courant trent'anni fa, e non certo la manipolazione di formule e nemmeno l'astrattezza, ugualmente meccanizzante, di alcuni orientamenti didattici attuali tendenti a isolare completamente la matematica dalla realtà, possono far comprendere «che cosa sia la matematica». Ciò emerge anche dall'ordine degli argomenti trattati, scelti e concatenati con acutezza psicologica, in modo da formare un grande e bel panorama che spazia dalla mate-

Morto  
a  
New York  
2  
29-1-42

matica antica a quella moderna. A ragione gli autori iniziano con un'ampia trattazione della teoria dei numeri naturali, che sono forse gli unici enti matematici di cui l'esistenza, l'astrattezza e l'applicabilità al concreto non sono mai state messe in dubbio da alcuno. Passando poi ordinatamente per le successive generalizzazioni del concetto di numero, gli autori vengono a trattare argomenti classici, famosi per tradizione secolare, cioè i problemi delle costruzioni geometriche con riga e compasso (con cenni ad altri possibili strumenti) e l'algebra degli insiemi.

La trattazione geometrica copre un arco molto ampio, che va dalla classificazione delle varie teorie geometriche secondo F. Klein (Programma di Erlangen, 1872) all'assiomatistica, alle geometrie non euclidee, alla geometria proiettiva e alla topologia (alla quale è dedicato un intero capitolo). L'ultima parte del libro tratta in modo agile e brillante gli elementi dell'analisi, includendo in questa argomenti moderni, originali e solitamente estranei ai corsi universitari.

Nella traduzione italiana nulla si perde dello stile del testo originale. Liliana Ragusa Gilli ha saputo mantenere quel discorso così semplice e, insieme, così vivo e stimolante. Mi è caro ricordare che mio Padre aveva affidato a lei la traduzione di quest'opera che riteneva fondamentale per far amare la matematica ai più vari lettori italiani.

E. C.