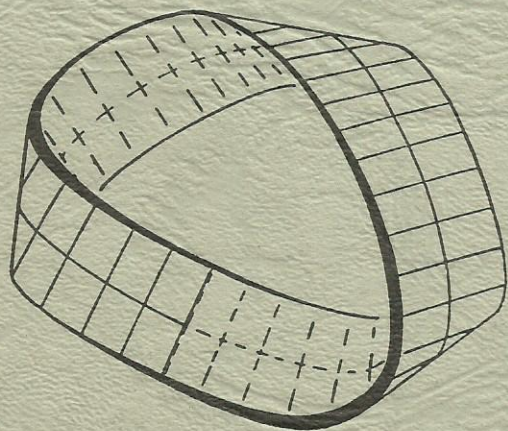


**MATHESIS**

SEZIONE PELIGNA - SULMONA -

**INCONTRI  
con la  
MATEMATICA '87**



*Quaderno* **1**



## SOMMARIO

- pag. 5*      Prefazione
- pag. 7*      L'insegnamento della matematica:  
                storia e programmi, *di Emma Castelnuovo*
- pag. 17*     Il rettangolo aureo, *di Sebastiano Conte*
- pag. 31*     Osservazioni sulla didattica della probabilità,  
                *di Mauro Cerasoli*
- pag. 41*     Le risonanze informatiche nel curriculum  
                di matematica del Biennio, *di Mauro Palma*
- pag. 49*     Alcune osservazioni sulla matematica  
                nei Bienni Superiori, *di Bruno D'Amore*
- pag. 67*     L'angolo dei giochi



# L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA: STORIA E PROGRAMMI

EMMA CASTELNUOVO

Vorrei dire subito che non intendo parlare della storia dei programmi di matematica in Italia, ma vorrei piuttosto dare un'idea delle variazioni subite dall'insegnamento della matematica nella maggior parte dei paesi. Mi sembra infatti che un quadro internazionale possa meglio mettere in rilievo la posizione dell'Italia, soprattutto nei riguardi del primo ciclo secondario.

Comincio da più di due secoli fa, metà del Settecento, quando in nessun Paese del mondo c'era una struttura scolastica, e l'istruzione era per pochi, pochissimi privilegiati.

Nel 1741 esce a Parigi un libro dal titolo *Eléments de géométrie*; ne è autore A.C. Clairaut, un grandissimo matematico e astronomo. L'ambiente matematico francese si chiese allora come mai uno scienziato di quella portata avesse pensato di scrivere un volumetto *per principianti*, come Clairaut dice nella prefazione. Nella stessa prefazione afferma che è assurdo iniziare lo studio della geometria con la lettura di un libro come gli *Elementi* di Euclide; non è possibile capirne il significato! Euclide - aggiunge - ha scritto un trattato che è bellissimo da un punto di vista scientifico ma che, partendo da assiomi e seguendo



un sistema ipotetico-deduttivo, non può essere assolutamente compreso da un principiante. Lui, Clairaut, ha voluto seguire la via opposta: parte dal concreto, dalla realtà che ci circonda, e apoco a poco arriva a stabilire delle proprietà, a dimostrare dei teoremi, a generalizzare. Occorre dire che il Clairaut era stato sollecitato alla stesura di questo libro da una grande amica, la marchesa di Châtelet; questa donna, di vasta cultura scientifica (aveva tradotto i *Principia* di Newton ed aveva scritto un libro di fisica) gli aveva dichiarato che... non riusciva a capire niente nel trattato di Euclide.

Clairaut, nella Prefazione, accusa la società, e cioè l'alta borghesia, che metteva nelle mani dei propri figli un libro di geometria che non potevano assolutamente capire e che, peggio, provocava antipatia per la matematica. Eravamo alla metà del Settecento: non c'era una struttura scolastica, e solo i figli dell'alta borghesia ricevevano un'istruzione, o presso monasteri o, a casa, con un precettore. D'altra parte, l'unico libro di geometria sul mercato erano gli *Elementi* di Euclide!

Quando, circa un secolo dopo, nella seconda metà dell'Ottocento, si cominciano ad avere in vari Paesi del mondo delle organizzazioni scolastiche, il vecchio Euclide (e le sue varie traduzioni e adattamenti) entra nella scuola di tutti. Ecco: quello che era accaduto 'in piccolo', nell'istruzione per i pochi privilegiati, si verifica ora 'in grande': uno scontento generale, l'incomprensione per la matematica, la paura per la matematica.

Non ho fatto, per ora, distinzione fra primo e secondo ciclo secondario, perché fino a una cinquantina di anni fa, nella maggior parte dei Paesi, questa distinzione non c'era, e il corso di matematica aveva carattere "monolitico", non ciclico.

Vengo ora a parlare della situazione italiana di allora, per riprendere fra un momento il quadro internazionale.

In Italia, la legislazione scolastica fu elaborata negli anni '60 dal Casati, uomo politico di grande valore; la legislazione Casati rimase valida per più di mezzo secolo. Per i programmi delle varie



discipline, furono, negli anni seguenti, nominate delle apposite commissioni. Si ha così una commissione per la matematica, composta da Cremona, Betti e Brioschi; e i programmi per tutto il ciclo secondario furono pubblicati nel 1867. E' interessante leggere qualche riga delle premesse a questi programmi; si dice, fra l'altro: "La matematica non deve considerarsi come un complesso di cognizioni utili in sé perché applicabili ai bisogni della vita, ma principalmente come un mezzo di cultura intellettuale, come una ginnastica del pensiero diretta a svolgere le facoltà del raziocinio ed aiutare quel sano criterio che serve a distinguere il vero da ciò che ne ha solo l'apparenza".

Premesse di questo tipo caratterizzano i programmi di tutti i Paesi, e riguardano la scuola secondaria a qualunque livello.

Ma in Italia, nel 1881, un ministro della Pubblica Istruzione, il medico Guido Baccelli, riuscì ad esercitare la sua influenza sull'ambiente matematico, convincendo i legislatori che all'età di 11-14 anni un ragazzo non poteva essere in grado di capire un corso di tipo ipotetico-deduttivo. Fu così che l'Italia, primo paese nel mondo, introduce per il primo triennio secondario un corso di *'geometria intuitiva'*. L'Italia fu poi seguita dall'Austria e, a distanza di moltissimi anni, da altre nazioni.

Ma ritorniamo ora al quadro internazionale.

Un numero sempre maggiore di ragazzi, appartenenti ai più vari strati sociali, entra nella scuola; e, con il numero sempre maggiore, dilaga il malcontento per l'insegnamento della matematica.

Alla fine degli anni '50 si arriva a una crisi. Ma non è una contestazione che nasce e matura nell'ambiente degli studenti, degli insegnanti o della società; è una crisi che ha origine in un fatto del tutto estraneo alla scuola: il lancio dello *Sputnik*, cioè del primo satellite artificiale da parte dei Russi; siamo nel 1957. Viene da chiedersi: ma che cosa c'entra lo *Sputnik*? C'entra, ma non è in Europa, bensì negli Stati Uniti che il primo lancio di un missile da parte dei Russi scatena un vero fermento nell'ambiente del Governo e, di riflesso, in quello dei matematici



e della scuola. Si sentivano, in quegli anni, delle dichiarazioni di questo tenore da parte degli Americani: "Oggi noi abbiamo bisogno di formare una grande quantità di scienziati, matematici e ingegneri, in modo che un prossimo domani siano in grado di sovrintendere alla costruzione di missili ancor più potenti e perfezionati di quelli russi. E' dunque necessario provvedere alla formazione scientifica dei giovani fin dai primi anni della scuola secondaria; è alla matematica che va dato un posto di rilievo nella scuola".

Ma, *quale* matematica? Gli Americani, prima di stabilire dei nuovi programmi per le scuole secondarie, desideravano consultare vari Paesi.. E' per questo che sollecitarono organismi internazionali come l'OCSE, ad organizzare un congresso con specialisti di vari Paesi al fine di discutere il problema. Il Congresso fu tenuto a Royaumont, in Francia, alla fine del 1959. E' proprio questo Congresso che segna un momento storico per i programmi di matematica. E' la presa di posizione del matematico francese Jean Dieudonné che sollecita in modo fortissimo a rompere con la tradizione. Al grido, poi diventato uno slogan di *abbasso Euclide*, Dieudonné impone la sua personalità, convincendo la maggior parte dei partecipanti a farsi portavoce, nel proprio Paese, della necessità di abbandonare l'insegnamento euclideo per sostituirlo con la matematica più motivante e più aderente alla ricerca attuale. Lo studio delle figure statiche deve lasciare il posto a quello di importanti capitoli dell'*algebra moderna*, in modo da far sentire l'unità della matematica, proprio come, ad alto livello, veniva fatto ad opera dei Bourbakisti.

Ma a Royaumont furono solo gettate le linee generali di quello che doveva segnare un netto distacco dalla tradizione. Una Commissione di matematici e di specialisti in didattica della matematica si riunì un anno dopo (1960) a Dubrownik e, durante un lungo seminario, furono stesi dei programmi per tutto l'arco secondario, da dividersi in due cicli. Più che di programmi si tratta di suggestioni, di considerazioni, sempre presentate in forma molto ampia, in modo da potersi adattare alla tradizione



di questo o quel Paese.

Ma, una cosa fu la pubblicazione di questo volume, e altra cosa fu quello che si verificò effettivamente negli anni successivi.

Perché, volendo sottolineare il carattere unitario della matematica, si pensò in molti Paesi che la cosa migliore era di fare largo uso degli insiemi e delle strutture. I libri che hanno avuto maggior rilievo sono stati quelli di Georges Papy, anche per l'intelligenza e la cultura di questo matematico, professore all'Università di Bruxelles. Per dare un esempio, ecco come gli allievi di 11-12 anni vengono introdotti allo studio delle diverse posizioni che possono avere due rette nel piano, basandosi sul fatto che la retta è un insieme di punti: le varie posizioni di due rette vengono messe in evidenza studiando l'intersezione di due insiemi; in particolare, se l'insieme è vuoto, le rette sono parallele.

Sì, fuori dubbio, questo metodo unificante (dato che un insieme può rappresentare tanti *oggetti matematici*, dalla geometria ai numeri) ha un grande fascino, ma siamo noi che possiamo capire il fascino, e non certo i ragazzi. L'assiomatica euclidea si vide così sostituita, sotto il nome avvincente di *matematica moderna*, da un'assiomatica ben più forte, e quindi più nociva; più nociva perché obbligava gli allievi a teorie generali ed astratte senza nessun legame con la realtà e spesso con nessun appoggio a figure geometriche, e quindi senza nessuna sollecitazione a una visione spaziale.

Ho parlato di *Paesi* in generale. Vi è compreso il nostro? No, l'Italia si è salvata dalla moda dell'*insiemistica a tutti i costi*, come l'ha definita il grande matematico Hans Freudenthal. E se ne è salvata perché nella scuola italiana, prima di fare un cambiamento, ci si pensa su... Il geometra belga Paul Libois dice che questo dipende dal fatto che gli Italiani hanno tutti lo spirito di Galileo e quindi, prima di tutto, sperimentano *in piccolo*. In effetti l'Italia, che era legata al progetto OCSE, ha, negli anni '60, organizzato delle classi sperimentali o classi-pilota, dove furono introdotti nuovi argomenti e nuove idee sulla linea dei programmi di Dubrownik. Ma - occorre dirlo - sempre con un gran-



de equilibrio: mai in Italia si è svolto un insegnamento completamente staccato dalla realtà; ed è invece proprio a Galileo, per la sua concezione concreto-astratta, che ci siamo ispirati in un secondo tempo.

Ora vorrei continuare con il quadro internazionale. Un'altra data che ha segnato una crisi, ma in senso certamente positivo, nell'insegnamento della matematica è il 1976. Nell'agosto di quell'anno, in occasione del Congresso internazionale sull'insegnamento della matematica, tenutosi a Karlsruhe, il geometra inglese Michel Atiyah, in una conferenza plenaria, accusò i matematici di aver soppresso nella maggior parte dei Paesi l'insegnamento della geometria nelle scuole secondarie, a qualunque livello. "Perché è proprio la geometria - disse - che da una parte motiva l'intuizione e conduce al primo passo verso la scoperta e, dall'altra, rappresenta l'anello di congiunzione fra il mondo fisico e la matematica".

Questa presa di posizione espressa da un matematico di valore, quale Atiyah con la stessa forza con cui nel '59 Dieudonné si era scagliato contro Euclide, ha avuto una grande influenza sugli ambienti matematici di tutto il mondo, e anche sulla società. Sulla società, sì, perché il solco, direi il fossato fra la matematica scolastica e la matematica di cui si sente parlare attraverso le applicazioni, si fa sempre più profondo. Riflettiamo che mai come in questi ultimi anni la cultura scientifica e, con questa, la matematica che ne è quasi sempre alla base, entra nelle nostre case attraverso radio, televisione, giornali, riviste. E' la scuola che ha l'obbligo di mettere il futuro cittadino in grado di poter seguire una trasmissione televisiva su cose di scienza.

La presa di posizione di Atiyah ha *eccitato* quello che molti avvertivano; i tempi erano ormai maturi. Ed è da quell'anno che molti Paesi che avevano abbracciato la *moda insiemistica* pensano e cercano di attuare qualche cambiamento: convegni, riunioni, discussioni diventano sempre più frequenti. Ci si chiede, in questi Paesi: "Come introdurre di nuovo la geometria nella scuola secondaria?", "come legare la matematica alla realtà nei diversi



livelli scolastici?". Ecco, si apportano variazioni ai programmi, si buttano via dei libri che nel periodo insiemistico erano idolatrati,...; il fenomeno, visto dal di fuori, appare un vero sbandamento.

E questa situazione si verifica in molti Paesi della vecchia Europa, negli Stati Uniti e quindi, di riflesso, in tutta l'America Latina; e, naturalmente, in vari Paesi africani, dove ancor oggi, dopo più di un ventennio di libertà, l'istruzione è guidata dalla nazione che li aveva come colonie.

Ed ecco quello che si verifica nei confronti dell'Italia: in molti Paesi (fra i quali anche la Francia) si studiano con grande attenzione i nostri programmi della Scuola Media, che da autorevoli matematici vengono considerati come i migliori del mondo. Si studiano e si discutono quando, in Italia, quei programmi sembrano essere già dimenticati, quasi prima di nascere. Quali le cause di questo dato di fatto? Una delle cause di questa voluta dimenticanza è che un troncone di scuola non riesce a vivere quando si trova fra due corsi, l'elementare, vecchio di decenni (ma che ora cambierà), e il superiore che, per le linee generali, risale a più di un secolo fa. Ma vi è un'altra ragione ben più importante, questa: gli insegnanti, tutti noi, non sono preparati per attuare un programma in cui è molto forte l'interazione fra matematica e scienze sperimentali; e non sono preparati perché quelli che vengono da studi matematici non hanno una preparazione nei vari rami delle scienze, e quelli che hanno una laurea in biologia o scienze naturali o... mancano di preparazione matematica.

E' chiaro che la colpa non è degli insegnanti! Si dice: ora faremo dei corsi d'aggiornamento; ma non si tratta di aggiornamento, bensì di una preparazione che viene, deve venire, dall'Università. Occorre un corso apposito, una laurea specifica per formare i futuri insegnanti di matematica-scienze nella Scuola Media. Altrimenti non ci dobbiamo meravigliare se nella grande maggioranza di classi vi è oggi un accentuato ritorno al calcolo di espressioni, anche con le lettere (quando il calcolo letterale è stato soppresso con i programmi del 1962), e un rifiu-



to totale a una matematica dove domina il concetto di funzione, concetto che serve di collegamento fra matematica e scienze sperimentali.

*(Conferenza tenuta a Perugia il 17-10-1984, per i Corsi dedicati ai futuri formatori di Scuola Media).*

*Coloro che hanno seguito la conferenza di Emma Castelnuovo conservano nella mente l'immagine dei "rettangoli di spago" o dei fogli di carta piegati per formare cilindri di diverso volume. La magistrale manipolazione di un semplice pezzo di spago riuscì, in quella conferenza, a riconciliare insegnanti di materie letterarie e studenti con la matematica.*

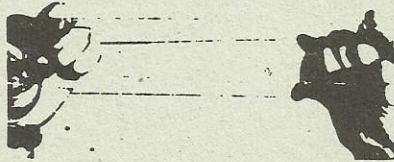
*E' stato impossibile riportare in queste pagine quei gesti e quell'entusiasmo, ma abbiamo voluto ugualmente presentare due cartelloni della mostra curata dagli allievi della Castelnuovo alla Scuola Media "Tasso" di Roma. Crediamo che le due pagine che seguono possano ravvivare il ricordo di una bella lezione di matematica in coloro che l'hanno seguita e possano comunque stimolare l'interesse per la matematica negli altri lettori.*

*I cartelloni della suddetta mostra sono stati tutti riportati nel libro "La matematica nella realtà" di Emma Castelnuovo e Mario Barra, edito dalla Boringhieri*



# RETTANGOLI di SPAGO

lo spago è lungo  
cm 40



posso formare  
tanti rettangoli

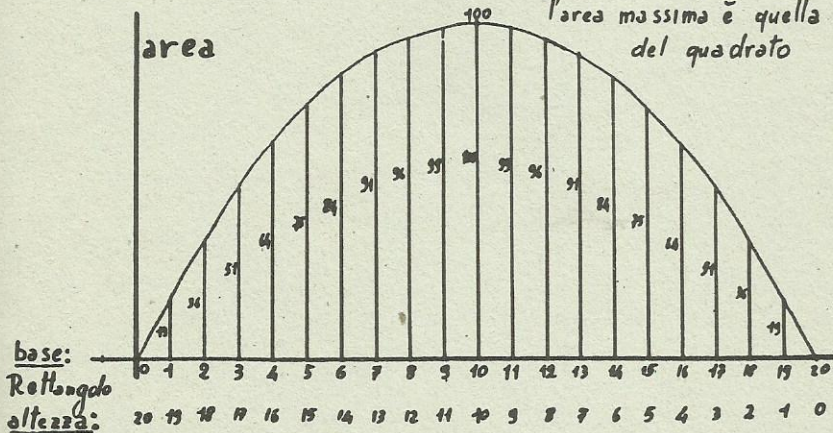
l'area cambia

base	altezza	area
20	0	0
19	1	19
18	2	36
17	3	51
::	:	::
11	9	99
<u>10</u>	<u>10</u>	<u>100</u>
9	11	99

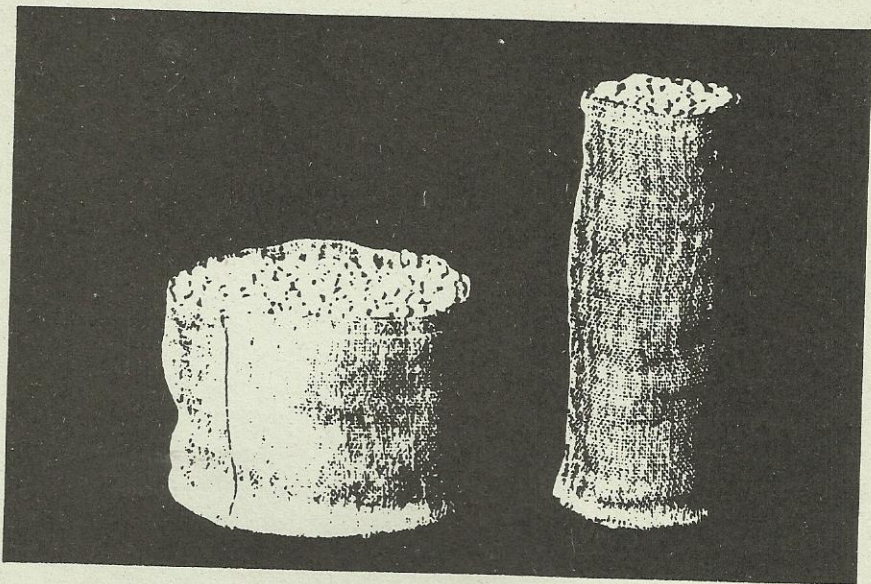
area

100

l'area massima è quella  
del quadrato







Un problema di Galileo sul cilindro

DISCORSO DI  
DIMOSTRAZIONI  
NELLE SUE LEZIONI

MILANO: B. MONTEGGI EDITORE  
VIA S. PIETRO 12  
TEL. 02/57501



1911

T Di qui s'intende la ragione d'un accidente che non senza meraviglia vien sentito dal popolo; ed è, come fosse essere che il medesimo pezzo di tela più lungo per un verso che fu l'alto, se ne facesse un sacco da tenervi dentro del grano, come si costuma fare con un fondo di tavola, terra più servendoli per l'altezza del sacco della minor misura della tela e con l'altra circoncolando la tavola del fondo, che facendo per l'opposito.