

Estratto dal

Periodico di Matematiche

Dicembre 1966 - Serie IV, vol. XLIV
n. 4-5 (pagg. 438-442)

E. CASTELNUOVO

QUESTIONI DIDATTICHE

Jean Louis Nicolet
e i suoi films di geometria



Bologna
Nicola Zanichelli
Editore

SOMMARIO

O. CHISINI - Accanto a Federigo Enriques	pag. 353
M. DEDÒ - C. F. MANARA - Federico Enriques	pag. 360
L. CAMPEDELLI - Validità dell'opera di Federico Enriques	pag. 367
G. POMPILJ - Valutazione degli interventi sul traffico urbano	pag. 380
S. FAEDO - Funzioni convesse separatamente rispetto alle variabili e integrali di Fubini-Tonelli semi-normali	pag. 395
E. CARRUCCIO - La storia della scienza nel pensiero di F. Enriques	pag. 404
A. FRAJESE - Perché Teodoro di Cirene tralasciò la radice di due?	pag. 419
QUESTIONI DIDATTICHE	
A. TOSI - Lettera alla Direzione	pag. 432
E. CASTELNUOVO - Jean Louis Nicolet e i suoi films di geometria	pag. 438
QUESTIONI	pag. 443

Editore **NICOLA ZANICHELLI - Bologna**

Il **Periodico di Matematiche** continua la pubblicazione per le scuole medie che, iniziata in Roma da Davide Besso nel 1886, fu curata fino al 1896 da Aurelio Lugli, già dal secondo anno associato alla direzione e proseguita poi in Livorno da Giulio Lazzeri, fra il 1897 e il 1918; fu rinnovato da **Federico Enriques** nel 1921 e da Lui diretto fino al 1946.

Il **Periodico** pubblica soprattutto articoli riguardanti le matematiche elementari intese in senso lato ed altri tendenti ad una più vasta comprensione dello spirito matematico. Esso contiene inoltre relazioni del movimento matematico straniero, note di bibliografia e di trattatistica, varietà (problemi, giochi, paradossi etc.) nonchè notizie di carattere professionale.

I Collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti alla direzione del **Periodico di Matematiche**, presso l'Istituto Matematico della Università di Milano - Via Saldini, 50.

I manoscritti non si restituiscono.

I libri inviati in dono verranno annunziati indipendentemente dalla recensione che potrà esserne pubblicata. Le recensioni sono fatte dalla Redazione del **Periodico**, ovvero da persone che ne ricevono l'incarico.

Estratto dal *Periodico di Matematiche*
Dicembre 1966 - Serie IV, vol. XLIV
n. 4-5 (pagg. 438-442)

Jean Louis Nicolet e i suoi films di geometria

È morto a Pully (Losanna) nel settembre scorso, all'età di 72 anni, un professore di matematica poco noto ai matematici professionisti ma che lascia un'impronta notevole nella didattica della matematica: JEAN LOUIS NICOLET. Il suo nome è legato ai films di geometria: è stato, il NICOLET, il primo ideatore di questo mezzo didattico.

L'avevo conosciuto nella primavera del 1952 durante un congresso sull'insegnamento della matematica elementare organizzato a Ginevra da JEAN PIAGET; ho avuto poi occasione d'incontrarlo quasi ogni anno o nelle « Rencontres » della nostra « Commission Internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques » o durante brevi soggiorni trascorsi in Svizzera. Conoscevo bene J. L. NICOLET, eppure mi riesce molto difficile descrivere la multiforme versatilità del suo ingegno. È forse ripercorrendo la sua vita di studioso che si può avere un'idea del suo spirito sempre irrequieto alla ricerca della verità. All'Università si era iscritto in lettere, poi si era dato alla teologia; infine, ormai a 35 anni, aveva lasciato la missione di pastore protestante per darsi alla matematica dove diceva di aver trovato finalmente le vere soddisfazioni dello spirito; divenne così professore di matematica in una scuola secondaria di Losanna. Ma insegnare la matematica non voleva dire per NICOLET esporre un teorema di geometria o dimostrare una regola di algebra: significava far rivivere all'allievo le « tappe » dell'inventore. È così che nel 1940 gli nasce l'idea di creare dei films di geometria; questi cartoni animati dovevano avere lo scopo di sollecitare l'intuizione dei suoi giovani allievi. Ma la realizzazione di disegni animati richiede dei notevoli fondi, ed è lo stesso NICOLET che vi provvede. Al primo film, seguono il secondo, il terzo, ... NICOLET ha preparato moltissime sceneggiature, ma purtroppo non tutte

sono state realizzate, sempre per ragioni economiche. Ecco il soggetto di alcuni dei suoi films ⁽¹⁾:

- Cerchio determinato da tre punti
- Bisettrici di un triangolo
- Segmento visto sotto angolo dato
- La sezione aurea e il pentagono regolare
- La strofoide
- Le coniche.

Ma un titolo non dice nulla. Mi fermerò ad analizzare uno dei disegni animati, « *segmento visto sotto angolo dato* », perchè penso che basti un esame critico di un solo film per comprendere lo spirito di tutto il lavoro ⁽²⁾. Quest'argomento costituisce la proposizione inversa di quella trattata da Euclide e che negli « *Elementi* » forma le proposizioni 21 e 32 del Libro III con gli enunciati seguenti:

prop. 21 - « Nel cerchio angoli inscritti nel medesimo arco sono uguali »;

prop. 32 - « Se una retta tocca un cerchio e al punto di contatto si conduce una retta che seghi il cerchio, gli angoli che questa forma con la tangente sono uguali agli angoli inscritti negli archi opposti ».

Negli « *Elementi* » e così nel nostro attuale insegnamento, vengono completamente distinti i casi dell'angolo formato da due secanti alla circonferenza e dell'angolo formato da una tangente e da una secante per il punto di contatto. Il teorema inverso, cioè l'argomento del film, non è esplicitamente enunciato in Euclide, ma si trova invece nei comuni testi scolastici. La dimostrazione è un po' lunga ma non difficile. Esaminiamo il film di NICOLET: sullo schermo appaiono successivamente un segmento, un punto fuori della retta del segmento, l'angolo formato dalle semirette uscenti dal punto dato e passanti per gli estremi del segmento.

(1) I films di NICOLET sono realizzati in Inghilterra dalla Educational Explorers Limited, 11 Crown Street - Reading.

(2) Ho avuto occasione di parlare di questo film e di altri in « *Gazeta de Matematica* », n. 56, Lisbona 1953; e nella mia « *Didattica della Matematica* », La Nuova Italia Editrice, Firenze.

Vi è un determinato angolo, ma — ci dice la figura mobile — non vi è solo il punto che per primo appare sullo schermo da cui il segmento è visto sotto quel determinato angolo: ve ne è anche un altro e un altro ancora ...; e vi sono anche dei punti posti dall'altra parte del piano rispetto alla retta del segmento, punti simmetrici dei primi; e vi sono anche gli estremi dello stesso segmento. Vi sono infiniti punti; dove si trovano? Su un arco di cerchio che ha per corda quel segmento, anzi su due archi di cerchio ...

Gli angoli spariscono dallo schermo, sparisce anche la corda; rimangono i due archi che formano un'unica curva.

Questo ci dice la figura, che sembra parlante, ma il film è muto come tutti i films di NICOLET.

Ma — si potrà e si dovrà dire —, questa non è una dimostrazione! È vero: il film non sostituisce la dimostrazione, non vuole sostituire la dimostrazione; non è del resto la dimostrazione che presenta in generale delle difficoltà. La difficoltà sta nell'intuire, nel cogliere una data proprietà. E allora, quale è il contributo dato dal film, quale il suo scopo?

Mi sembra che le osservazioni che sorgono dalla veduta dinamica della proprietà in questione si possano raccogliere nei seguenti numeri:

- 1) un punto muovendosi sempre soggetto a quella data condizione genera una curva;
- 2) questa curva è simmetrica rispetto ad una retta, la retta del segmento da cui siamo partiti;
- 3) « sembra » che i due archi uguali di cui è formata la curva siano archi di cerchio;
- 4) questi archi passano anche per gli estremi del segmento.

I numeri 1) e 2) mostrano al ragazzo una figura geometrica — un insieme di punti, una linea — che non è facile intuire in un disegno statico: è difficile infatti « vedere » una figura in formazione. In una figura statica il ragazzo « vede » il punto da cui siamo partiti, vede poi globalmente l'insieme di punti, cioè gli archi di cerchio, ma non riesce a immaginare questa curva come generata dalla traiettoria del punto.

Il numero 3) fa sentire, direi presentire, la verità; la fa intuire in modo visivo: ma saranno veramente due archi di cerchio,

come sembra dalla figura? È ora che il ragazzo sente il bisogno di una dimostrazione. Anche il numero 4) fa nascere dei dubbi: se l'arco di cerchio passa anche per gli estremi del segmento, come mostra il film, ciò significa che tali estremi sono punti che godono della stessa proprietà, cioè l'angolo secondo cui da uno di questi estremi si vede il segmento ha sempre quel dato valore. Ma, quale è questo angolo? In una visione statica, euclidea, è impossibile mettere in rapporto l'angolo formato dalla tangente e dalla corda con l'angolo formato dalle due secanti. In una visione dinamica, invece, i due concetti si fondono in uno solo: l'angolo alla circonferenza si modifica per gradi insensibili fino a diventare l'angolo della tangente e della corda. È il principio di continuità, reso visivo dal cartone animato, che ha operato l'unificazione di questi due casi (1).

L'idea fondamentale del NICOLET è questa: il matematico non arriva alla dimostrazione se prima non ha avuto l'intuizione della verità. Il film deve appunto provocare questa intuizione; e siccome l'intuizione è di brevissima durata i films di NICOLET durano pochissimi minuti, e sono muti in modo che il ragazzo non venga influenzato da frasi esplicative. Ma lasciamo parlare lo stesso NICOLET (2): « In ogni libro di geometria elementare si fa appello all'intuizione. Lo scopo dei disegni animati è proprio quello di evocare l'immagine di una data figura ... Il disegno che il ragazzo vede sul libro, e che dovrebbe servire per fissare le idee, è esso stesso ben fisso, e occorre fare un grande sforzo per far sorgere da questa figura immobile l'idea di una figura variabile ... La frase "sia un triangolo isoscele qualunque" è ricca di significato, evocatrice di diversi movimenti, di diverse possibilità di va-

(1) Ho ancora gli appunti della prima lezione di geometria superiore tenuta da FEDERIGO ENRIQUES nel 1935 a noi studenti di matematica presso l'Università di Roma. Nell'aprire il corso, ENRIQUES ricordò proprio il teorema sugli angoli alla circonferenza che insistono su una data corda, mettendo a raffronto la dimostrazione suddivisa in vari casi che si trova negli « Elementi » e l'unificazione ottenuta basandosi sul principio di continuità. È questo carattere — disse — che differenzia la geometria moderna da quella euclidea.

(2) J. L. NICOLET, « Intuition mathématique et dessins animés ». Librairie Payot, Lausanne 1942. Queste pagine sono riportate anche nell'articolo di NICOLET sui films in « Il materiale per l'insegnamento della matematica », opera di collaborazione. La Nuova Italia Editrice, Firenze.

riazioni e deformazioni; rimane priva di significato per la maggior parte degli allievi che, invece di vedere nella loro immaginazione un triangolo isoscele *qualunque*, vedono sulla pagina del loro libro, il triangolo che vi è disegnato e di cui possono misurare gli elementi. Vi è dunque divergenza fra il testo e il disegno, fra il disegno e ciò che dovrebbe avvenire nell'immaginazione ».

Per NICOLET, dunque, il film è l'inizio, l'idea. Il professore non deve dare alcuna spiegazione, e il ragazzo, del resto, non la desidera; chiede solo di rivedere il film, di rivederlo ancora, perchè le figure che si muovono fanno « muovere » anche le sue idee.

Già dall'elenco dei films di NICOLET che ho sopra riportato si può vedere come questi cartoni animati si riferiscano sia al programma della scuola media che a quello delle scuole secondarie superiori; alcuni titoli si direbbero addirittura per l'Università. Ho proiettato questi ultimi ai bambini di una scuola media: è impressionante vedere quali idee, quali suggestioni, quali avvicinamenti essi provochino nelle menti fresche! Quante intuizioni che noi adulti non siamo portati a cogliere!

Oggi, in un'epoca matematica in cui sentiamo quanto lontana sia ormai per un insegnamento secondario una trattazione « statica » della geometria, quando risuona da più parti il grido di « abbasso Euclide », in un'epoca in cui i giovani ci chiedono una matematica più attuale, più « vera », il lavoro di NICOLET sembra voler superare ogni programma, ogni tempo: perchè si vuole, con questo mezzo didattico, suscitare nei ragazzi il momento dell'intuizione, il brivido della scoperta.

Il nostro amico JEAN LOUIS NICOLET è morto, e pochi hanno avuto la fortuna di conoscerlo; vogliamo però che a molti giovani sia dato il bene di godere del suo geniale lavoro.

E. CASTELNUOVO