Emma Castelnuovo

Belgio: matematica d'avanguardia

Estratto da *Riforma della Scuola*
anno XI nn. 5-6 maggio-giugno 7-8 luglio-agosto 1965

754

Nella prima settimana del mese di novembre 1964 *un gruppo di* 20 *professori di matematica, che avevano partecipato a un Corso d'aggiornamento in matematica moderna per la formazione di insegnanti di classi-pilota nella Scuola secondaria di I grado, ha effettuato un viaggio di studio a Bruxelles usufruendo dei «Premi didattici Guido Castelnuovo,* 1964» *conferiti dall'Istituto Matematico dell'Università di Roma.*

Per incarico di detto Istituto ho guidato il gruppo di questi colleghi ed ho avuto così un'ulteriore occasione di prendere contatto con esperienze che già da anni seguivo attentamente.

Questo articolo riproduce due conferenze tenute il 20 *e il* 27 *gennaio* 1965 *presso l'Istituto Matematico di Roma, in riunioni organizzate dalla Sezione Romana della Società Mathesis. La parte n.* 3 *dell'articolo riferisce di alcune lezioni a cui abbiamo assistito all'Ecole Decroly; questa parte è il riassunto di una lunga e dettagliata esposizione che il prof. Ugo Pampallona, anch'egli partecipante al viaggio a Bruxelles, tenne durante le due riunioni della Mathesis.*

1 La metodologia decroliana

L'Ecole Decroly ha più di 50 anni di vita: fu fondata nel 1907 da Ovide Decroly. Medico, specializzato in psichiatria infantile, Ovide Decroly, appena trentenne, aveva creato a Bruxelles nel 1901 un piccolo Istituto per bambini intellettualmente anormali. Le reazioni, talvolta ritardate, talvolta accelerate che si verificano nella mente di questi bambini lo condussero a cogliere un carattere della psiche infantile che solitamente ci sfugge quando osserviamo un bambino normale. La reazione che aveva attirato Decroly era questa: quando un bambino osserva un oggetto o un fenomeno, egli non fissa l'attenzione sugli *elementi* che costituiscono l'oggetto o il fenomeno e sulle varie qualità e dettagli, ma tutti questi elementi si confondono fra loro e con l'oggetto stesso. L'oggetto o il fenomeno, insomma, appaiono al bambino in una visione globale. Questa scoperta, che era stata fatta da Decroly studiando i bambini anormali, si era rivelata vera anche nei soggetti normali. Essa può sintetizzarsi così: la percezione infantile differisce da quella dell'adulto perché ha *carattere globale*.

Questo risultato portò il Decroly a passare da studi di psichiatria-psicologia a interessi più larghi e costruttivi: valersi delle scoperte psicologiche ai fini didattici, pedagogici e quindi sociali. Il medico Decroly diventa nel 1907 il pedagogista Decroly, l'educatore.

Quell'indagine psicologica ha come conseguenza una legge pedagogica, il *principio della globalizzazione*: se la percezione del bambino è globale non dovremo nel nostro insegnamento cominciare col far osservare gli elementi dell'oggetto o del fenomeno per poi risalire al tutto, ma dovremo invece seguire la via opposta: partire dal tutto per frantumarlo, spezzettarlo, analizzarlo. Il metodo di Decroly è analitico, dove il termine va inteso nel suo significato pedagogico, che è del resto il suo significato etimologico.

In nessuna scuola si segue questa metodologia. Decroly non cerca di far introdurre nuovi metodi in vecchie scuole; decide di creare una scuola con aiuti finanziari privati e in gran parte con il suo stesso contributo. E' così che nel 1907 si apre a Bruxelles l'Ecole de l'Ermitage: essa comprende l'istruzione dai 3 ai 15 anni; una ventina di anni dopo, la scuola, trasportata in locali più grandi all'estrema periferia di Bruxelles, comprendeva tutto l'arco scolastico dai 3 ai 18 anni. Nata da studi psicologici, la scuola Decroly era ed è, come fu detto da Henri Wallon, un vero laboratorio di psico-pedagogia.

Una delle più note applicazioni della globalizzazione è quella della lettura globale, metodo ormai entrato in tutte le scuole elementari. Ma questa non è che un'applicazione particolare. Perché, ogni insegnamento, e in particolare quello della matematica, segue la stessa via: dal globale all'elemento. Questa analisi consisterà in misurazioni, osservazioni sulle varie proprietà, analogie con altri casi, classificazioni, disegni, realizzazioni di modelli che riproducano tutto o in parte il fenomeno. L'operazione che effettua il bambino va dunque nei due sensi: è analitica all'inizio, ma poi diviene costruttiva, sintetica. Si comprende quindi che, per la matematica, ogni argomento è legato all'altro, ed essa apparirà al bimbo nella sua struttura unitaria.

Ma non facciamoci trasportare ancora verso l'insegnamento della matematica; fermiamoci su qualche altra considerazione di carattere pedagogico: dal principio fondamentale — la globalizzazione della percezione e quindi il metodo globale d'insegnamento — seguono altri due princìpi che insieme al primo costituiscono i cardini della pedagogia decroliana. Se l'oggetto o il fenomeno è visto sotto un aspetto globale ed è studiato analizzando le sue proprietà e cercando analogie e differenze con altri fatti o fenomeni, uno studio così condotto porterà come conseguenza al principio dell'*associazione,* al principio dunque della coordinazione di una materia con altre: nessuna materia sarà vista separatamente ma si cercheranno legami e antitesi fra vari argomenti e varie materie. Si istituiscono così, in maniera del tutto naturale, i cosiddetti « centri d'interesse » che tanto rilievo hanno o vorremmo che avessero nella nostra scuola media di oggi. Il bambino è condotto alla « ricerca », una ricerca che è alla sua portata, è opera del bambino stesso. Ne segue un'altra conseguenza: una scuola che mette tanto in rilievo la ricerca da parte del bambino sarà, necessariamente, *una scuola attiva,* principio questo fondamentale in tutta la pedagogia decroliana. E sarà una scuola socialmente aperta perché l'osservazione delle cose, dei fenomeni, dell'ambiente che ci circonda, cioè dei fatti economici, politici, scientifici che si svolgono intorno a noi, è uguale agli occhi di tutti i bambini. E' dunque una scuola dove, sempre sotto quei princìpi base, l'insegnamento si rinnova di anno in anno appunto perché il mondo non è fermo, e qualunque osservazione sarà sempre legata al *reale.* « *E' una scuola per la vita attraverso la vita* », così come l'aveva definita lo stesso Decroly.

2 L'insegnamento della matamatica

Su queste idee si era sempre basato all'École Decroly l'insegnamento di ogni disciplina, e in particolare della matematica. Ma una linea più precisa e più significativa acquista l'insegnamento della matematica all'École Decroly a partire dal 1960, per effetto di una sollecitazione che viene — diciamo così — dall'esterno. Nel 1960 un gruppo di una quindicina di matematici, esponenti di vari paesi, partecipava ad una riunione indetta dall'OECE a Dubrovnik allo scopo di formulare delle direttive e dei programmi che potessero servire da base per l'introduzione delle matematiche moderne nelle scuole secondarie dei vari paesi. In quella riunione, durata più di un mese, veniva redatto un libro dal titolo « Un programma moderno di matematica per le scuole secondarie » [2]. Leggo alcuni punti delle direttive espresse in quel volume; vedrete che essi sembrano voler riproporre all'attenzione del professore i princìpi fondamentali dell'École Decroly:

— « La tendenza all'unificazione è una delle caratteristiche dell'evoluzione della matematica del secolo XX. E' dunque essenziale che un programma d'insegnamento moderno metta l'accento su questa unità della matematica; i vari argomenti devono essere presentati come " un tutto " ».

— « La matematica ha dei rapporti sempre più numerosi e più stretti con tutte le discipline scientifiche. Si auspica che questi rapporti vengano messi in luce e che venga introdotto lo studio della statistica e della probabilità che opera il legame con molti rami della scienza ».

— « Non si tratterà mai di insegnare le nuove nozioni in modo teorico e formale: i professori faranno sì che gli allievi scoprano da soli le nozioni fondamentali ».

Alle premesse segue un elenco di argomenti di matematiche moderne; vi si legge fra l'altro, relativamente al 1° ciclo: nozioni elementari sulla teoria degli insiemi; concetto di corrispondenza e funzione; nozione di gruppo; isomorfismi; introduzione alla teoria dei vettori; proprietà metriche e non metriche delle figure nel piano e nello spazio; trasformazioni affini.

Ci si è chiesto allora come armonizzare contenuti di algebra astratta con metodologie attive. Allo studio di questo problema didattico si sono dedicati e si dedicano in tutto il mondo matematici, pedagogisti, psicologi, e insegnanti di scuole secondarie. Questo problema non poteva rimanere senza interpretazione nella scuola Decroly che è sempre pronta a cogliere « gli aspetti del mondo che è ». Fu allora, nel 1960, che Paul Libois, professore di geometria all'Università di Bruxelles, e che da lunghi anni seguiva con interesse il lavoro dell'École Decroly, decise di dedicare gran parte del suo tempo a questa appassionante esperienza: matematiche moderne alla scuola secondaria.

Gli allievi dell'Ecole Decroly stanno a cuore a Libois proprio come i suoi studenti universitari; anzi, all'École Decroly egli ha due tipi di allievi: gli insegnanti, che egli forma e di cui indirizza l'opera didattica e i ragazzi di cui studia con spirito critico le reazioni matematiche.

Non si tratta, secondo Libois, di svolgere ordinatamente e seguendo un'assiomatica gli argomenti fondamentali delle matematiche moderne, ma si tratta piuttosto di introdurre nella classe lo *spirito* di queste matematiche; non si vuole « tuffare » il bambino nel mondo dell'algebra astratta partendo sia pure dal concreto per abbandonarlo poco dopo, perché « se l'insegnamento della matematica — vi leggo le sue parole — deve diventare sempre più astratto, occorre che, nello stesso tempo, la fonte dell'astrazione divenga sempre più larga. L'astratto non deve cadere dal cielo, l'astratto è " estratto " dal concreto. Se noi vogliamo che l'insegnamento della matematica divenga con l'avanzare dell'età dell'allievo sempre più astratto, dobbiamo vigilare affinché esso divenga, nel medesimo tempo, più largamente e più profondamente concreto ».

Queste parole ci ricordano, e non a caso, quelle che tante volte abbiamo sentito dalla viva voce di Federigo Enriques. E dicevo « non a caso » perché Paul Libois è stato uno dei suoi più cari allievi. A Roma Libois ha passato in vari periodi lunghi mesi, ed alla scuola geometrica italiana egli dice di dovere tutta la sua formazione.

3 Qualche lezione all'Ecole Decroly

La modernizzazione dellinsegnamento della matematica nel 1° ciclo dell'École Decroly si articola su quattro punti fondamentali: la statistica; il concetto di funzione; il concetto di gruppo; le trasformazioni geometriche.

Ognuna di queste direttrici del programma di matematica è stato oggetto di studio in tre lezioni successive svoltesi nelle prime tre classi secondarie; abbiamo avuto così un'idea della gradualità con cui i concetti venivano a poco a poco approfondendosi.

Va sempre, inoltre, tenuto presente che l'insegnamento del 1° ciclo secondario si accorda con quello elementare e con quello delle classi superiori, quasi a costituire un tronco unico.

Così, per esempio, per il concetto di *funzione*, i bambini che a 12 anni entrano in 6^{me} sono già stati preparati nel corso elementare a « gustare » questa nozione, considerata indispensabile per una cultura di base. Lo studio della causalità dei fenomeni ha già fornito ai bambini la nozione di « dipendenza »: tante volte hanno osservato, per esempio, che la crescita di una pianta « dipende » da certe *variabili* (qualità del terreno, condizioni metereologiche...), hanno notato che la velocità delle nuvole « dipende » dalla forza del vento, e hanno visto, riproducendo l'esperienza « in piccolo », che il vento « dipende » dalla differenza di pressione atmosferica.

A partire dalla 6^{me} questa nozione un po' vaga di dipendenza viene a precisarsi e ad approfondirsi. Termini quali *relazione, corrispondenza, funzione,* che facevano già parte del vocabolario dei bambini, vengono — per così dire — delimitati all'ambito più strettamente matematico.

D'altra parte, questi termini assumono un significato più largo con l'introduzione dei numeri relativi, della rappresentazione cartesiana, e con la traduzione in simboli algebrici di particolari funzioni.

Simboli, rappresentazioni grafiche, relazioni algebriche sembrano imporsi da sé, in modo del tutto naturale, quali strumenti atti a semplificare e a snellire complesse questioni matematiche.

Per quanto riguarda il concetto fondamentale di *gruppo,* occorre sottolineare che alla definizione il bambino giunge spontaneamente dopo aver incontrato in vari esempi di insiemi numerici e non numerici quelle proprietà che caratterizzano un insieme strutturato come gruppo, proprietà che vengono sempre « vivificate » da opportuni contro-esempi. Così, assieme agli insiemi numerici e alle ordinarie operazioni vengono presi in esame insiemi finiti e infiniti di trasformazioni (isometrie di alcuni poligoni o poliedri regolari; traslazioni, rotazioni e simmetrie nel piano), allo scopo di allargare il concetto di operazione e di cogliere in insiemi diversi uguali strutture algebriche.

Per approfondire una tanto complessa metodologia mi fermerò più dettagliatamente su una lezione, particolarmente suggestiva, svoltasi in 6^{me}; argomento della lezione è: lo studio della *simmetria assiale come iniziazione al tema « trasformazioni geometriche »*.

La lezione ha inizio con una fase sperimentale. Ogni bambino ha uno specchio piano. Viene proposto di disegnare su un foglio una figura a piacere e di cercare di disporre lo specchio perpendicolarmente al foglio in modo che l'immagine di una parte della figura serva a completare la figura stessa. Ogni bambino scopre così, da solo, l'esistenza di eventuali assi di simmetria.

I bambini passano poi ad osservare l'immagine riflessa di un'intera figura piana o solida: studiano l'immagine di una loro mano, e constatano che l'immagine della mano destra è « uguale » alla mano sinistra; le due mani sono simmetriche rispetto a un piano.

Vengono così distinti due tipi di uguaglianza: la diretta e l'inversa.

L'insegnante ha uno specchio concavo e fa osservare che esso dà immagini deformate; in particolare, ad una retta non corrisponde una retta. Si introduce così il termine di trasformazione lineare o non lineare. Si torna allo specchio piano per precisare lo studio della simmetria assiale dal punto di vista metrico. L'insegnante suggerisce ai bambini di disporre una riga graduata sul banco perpendicolarmente allo specchio e di poggiarvi sopra una mano, come a misurare la larghezza del palmo. Se il bambino vede allo specchio il proprio pollice disposto su un certo numero della graduazione, vede anche il « pollice immagine » sullo stesso numero. Ma chi assicura che la distanza si sia conservata? Per affermarlo si dovrebbe ammettere che la distanza fra i vari tratti della graduazione si sia conservata nell'immagine della riga data dallo specchio. E' a questo scopo che viene suggerita un'esperienza: sulla cattedra viene disposto in posizione verticale un vetro, e parallelamente a questo si dispone uno schermo scuro.

Davanti al vetro si mette una candela accesa e dall'altra parte, fra il vetro e lo schermo, si mette una candela uguale, ma spenta. Allontanando e avvicinando al vetro la candela accesa, e guardando la candela spenta attraverso il vetro, a un certo punto si avrà l'impressione che questa si accenda. Ciò accade quando la posizione della candela spenta coincide con l'immagine della candela accesa data dal vetro, cioè quando le due candele si trovano in posizione simmetrica rispetto al vetro. Sono i bambini a misurare la distanza delle candele dal vetro, e a concludere, quindi, che la simmetria assiale conserva le distanze.

Tutta la situazione realizzata sulla cattedra viene poi disegnata alla lavagna. I bambini misurano il diametro e l'altezza delle candele, e nel realizzare il disegno si accorgono che devono prima di tutto prendere in considerazione punti ben determinati delle candele, per esempio il centro del cerchio sezione. Nasce così la nozione di simmetria come corrispondenza punto a punto.

Il concreto viene abbandonato e la simmetria si precisa nel suo significato di trasformazione geometrica.

I bambini sono ora invitati a disegnare sul proprio quaderno la figura simmetrica, rispetto ad una retta, di un parallelogramma, di un rettangolo, di un triangolo, ecc. Quali sono le proprietà che si conservano in queste trasformazioni?

Abbiamo riferito su una lezione che può considerarsi come di iniziazione allo studio delle trasformazioni geometriche. Ma, per un bambino dell'École Decroly, l'interesse per le trasformazioni geometriche ha anche altre sorgenti: la costruzione di un grafico che riproduce dati statistici pone, ad esempio, la questione della scelta delle unità sui due assi. Ad ogni bambino è lasciata libertà in questa scelta; accade così che grafici rappresentanti uno stesso fenomeno differiscano fra loro: alcuni sono « più larghi e bassi », altri « più stretti e allungati », eppure tutti sono esatti perché in ogni grafico gli stessi dati corrispondono alle stesse coordinate, le linee rette negli uni sono anche rette negli altri, ma variano invece le distanze fra i punti, e anche i rapporti fra le distanze quando i punti non sono allineati. Da queste osservazioni si viene preparando la nozione di *proprietà affine,* di *trasformazione affine,* e il piano si struttura a poco a poco, intuitivamente.

E ancora, altre osservazioni portano al tema « trasformazioni »: basta riprodurre un oggetto in scala per fare considerazioni di *similitudine*. Basta osservare le ombre date dal sole, o proiettate dalle immagini su uno schermo e far variare la posizione dello schermo per essere condotti a distinguere una affinità da una similitudine, da una proiettività. Basta considerare delle carte geografiche costruite secondo i vari metodi cartografici per accorgersi che le une conservano gli angoli, altre le aree, altre ancora certe distanze.

E' così che, partendo dalle più elementari trasformazioni (movimenti diretti, simmetrie...) relative ad una figura, i bambini arrivano alla nozione di trasformazione come corrispondenza puntuale e passano dalla trasformazione della figura alla trasformazione dello spazio. E, in modo del tutto naturale — basta, in fondo, capire che « ingrandire e ingrandire è ancora ingrandire » e che « spostare e spostare è ancora spostare » — arrivano a percepire, in modo intuitivo, che le similitudini formano gruppo, e che anche gli spostamenti formano gruppo.

4 Altre tendenze ed altre esperienze nell'insegnamento della matematica

Pur volendo essere obiettivi non ho potuto nascondere il mio entusiasmo nei riguardi dell'esperienza che si attua all'Ècole Decroly; ciò è dovuto anche al fatto che il metodo seguito dal nostro gruppo di lavoro, pur non potendosi inquadrare in una scuola di quel tipo che è veramente unica nel suo genere, ha molti punti comuni con quella metodologia, e alcune questioni vengono oggi studiate contemporaneamente da loro e da noi.

Ma si deve sempre essere obiettivi: dobbiamo conoscere le altre correnti sulla didattica della matematica, non tanto per esprimere un giudizio quanto piuttosto per non lasciarci trascinare dall'una o dall'altra solo per una questione affettiva, solo perché ci appare più viva o più conforme alla nostra tradizione matematica. Ma per farsi una opinione, in queste cose, ci vuole molto tempo, anche perché l'attività in didattica matematica — attività consistente in congressi, riunioni, libri, articoli — è oggi così imponente che è quasi impossibile tenere dietro a tutto. Ho avuto però la fortuna alcuni mesi fa, alla fine di dicembre, di essere invitata a partecipare a un piccolo convegno che la Società matematica olandese (la sotto-commissione olandese della CIEM) aveva organizzato a Utrecht raccogliendo una quindicina di stranieri. C'erano rappresentanti di molti paesi: dagli S.U. d'America e dal Canadà all'Inghilterra, Danimarca, Germania, Francia, Svizzera, Lussemburgo, Polonia e Belgio. Il prof. Freudenthal e il suo gruppo di lavoro, che avevano organizzato il convegno, volevano rendersi conto, ai fini di una riforma in Olanda, di quanto di più avanzato si andava svolgendo nei vari paesi. E' così che, in un lavoro intenso, durato solo tre giorni, mi sono passati davanti uomini, tendenze, scuole. In verità, nulla mi è suonato del tutto nuovo perché conoscevo quegli uomini, quelle tendenze, quelle scuole; ma avendo lì tutto presente nel medesimo tempo ho potuto rendermi conto di come si distacchi per originalità non solo il lavoro svolto dall'École Decroly, ma anche una corrente che ha sede come l'École Decroly nella città di Bruxelles e che ha come leader un altro professore di quell'Università, l'algebrista George Papy.

Siccome questa corrente ha idee molto diverse da quelle di Paul Libois, ritengo che sia interessante farne un cenno, sia pur brevemente. Quanto vado a dirvi non viene però solo dai colloqui avuti a Utrecht, ma dai continui contatti che il nostro gruppo ha da anni con il gruppo di Papy, dallo studio dei lavori didattici di Papy, dalle lunghe interminabili discussioni — amichevoli ma talvolta feroci — che abbiamo sempre durante le simpatiche *rencontres* estive della nostra piccola « Commission pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques ». E viene anche, quanto vado a dirvi, dalle lunghe ore passate insieme nel novembre scorso in occasione del viaggio dei 20 professori di classi-pilota a Bruxelles. Papy ci ha voluto accogliere in un modo veramente cordiale, facendoci assistere a delle lezioni presso l'École de Berkendael, una scuola secondaria di Bruxelles dove egli guida l'insegnamento della matematica e dove egli stesso tiene una classe; ci ha poi trattenuto tutto il giorno a discutere amichevolmente presso l'Istituto di Pedagogia matematica.

Il punto fondamentale della didattica di Papy è questo:

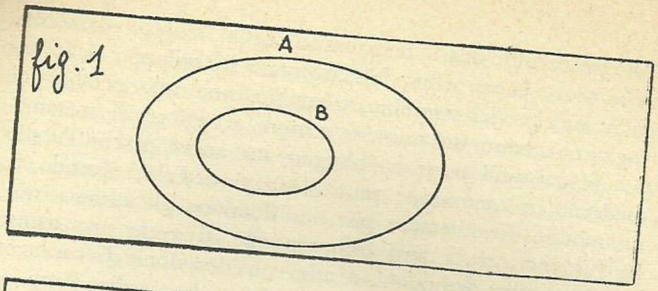
l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria deve avere come scopo fondamentale lo sviluppo delle facoltà logiche del bambino, e questo, non solo perché noi vogliamo creare un numero sempre maggiore di matematici, di cui ogni paese ha bisogno, ma anche perché l'uomo moderno, a qualunque professione si dedichi, vivendo in un mondo dove sempre più si diffondono gli automatismi, ha bisogno per la loro comprensione di avere una mente esercitata alle deduzioni e alle considerazioni di carattere logico. Ora, per sviluppare le facoltà logiche — dice Papy — occorre estraniarsi dal concreto; bisogna che il bambino non abbia né un modello corrispondente alla realtà né qualunque appoggio visivo, altrimenti sarà condotto a dire « vedo » e ogni dimostrazione gli sembrerà superflua.

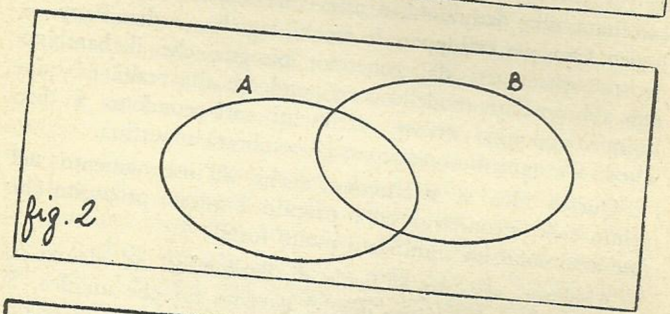
Queste idee si riferiscono anche all'insegnamento nel primo ciclo secondario, ed è proprio a questo proposito che esse assumono un significato molto forte.

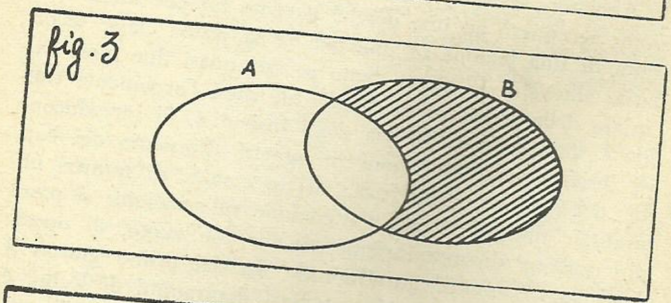
Abbiamo assistito all'École di Berkendael ad alcune lezioni; accennerò ad una perché possiate farvene un'idea. Si tratta di una lezione in una 6^{me} (è la prima classe secondaria; allievi di 12 anni). Sono passati quasi due mesi dall'inizio della scuola, e in questi due mesi l'argomento trattato è stato sempre « teoria degli insiemi ». Si introducono gli insiemi come collezioni di oggetti (l'insieme dei banchi, degli allievi, delle frutta di un cesto..., di numeri naturali), e fin qui si fissa l'attenzione sul concreto; si passa alla nozione di sotto-insieme, di insieme vuoto, di operazioni sugli insiemi, introducendo fin dal primo giorno il simbolismo. Si introducono anche i diagrammi di Venn, e questo sembrerebbe avere per scopo di appoggiare il pensiero su uno schema grafico. Ma, quasi a temere che anche questo appoggio visivo eserciti un'influenza sui sensi, mentre all'inizio si dice che se un insieme B è incluso in un insieme A esso verrà rappresentato graficamente come in fig. 1, poi, subito dopo, si dice che è sempre meglio valersi dello schema generale (fig. 2); questo è valido in ogni caso, perché se B$<$A si tratteggerà la parte di B che non appartiene ad A (fig. 3).

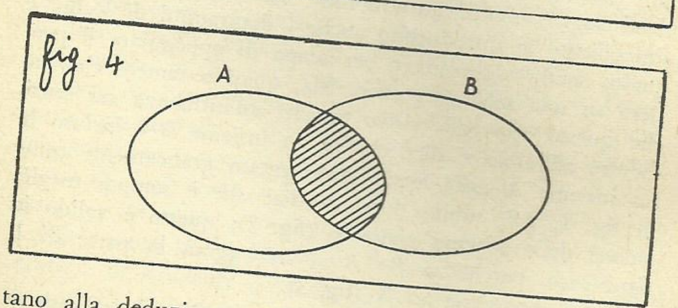
Se poi A e B non hanno punti comuni, cioè se l'insieme intersezione è vuoto, si tratteggerà l'intersezione come in fig. 4.

Si sono fatti esercitare i bambini su questioni che por-









tano alla deduzione, anche fuori del campo matematico. Per esempio: se Carlo abita a Bruxelles, dire a quale dei seguenti insiemi appartiene: a quello formato dagli abitanti della Francia o del Belgio, o della terra, o ecc.

Oppure: ci sono quattro bambini e su di loro si hanno le informazioni: Mario è fratello di Paolo; Luisa è sorella di Mario; Cecilia non è sorella di Luisa. Quali proposizioni si possono dedurre.

La lezione a cui assistiamo è la seconda lezione di geometria. L'argomento è: *posizione di due rette nel piano.*

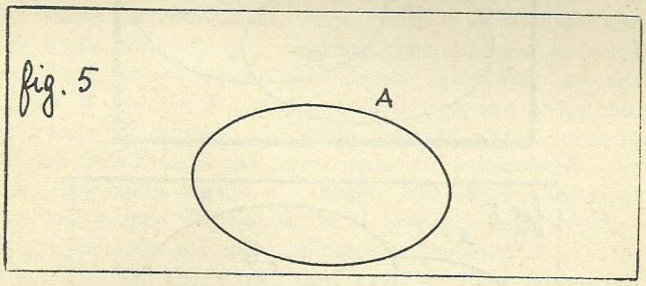
Nella prima lezione di geometria si sono fissati degli assioni e precisamente questi:

1) il piano è un insieme infinto di punti;

2) le rette sono delle parti proprie infinite del piano;

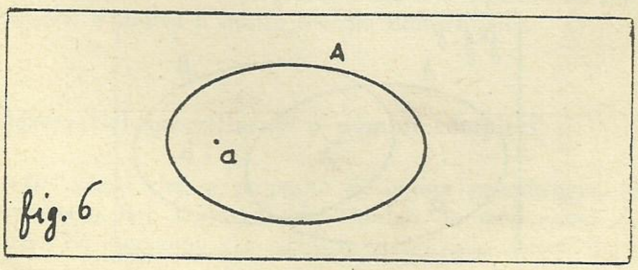
3) ogni coppia di punti è inclusa in una e in una sola retta.

Qui comincia la lezione. Si dice: se la retta è una parte propria del piano, io posso rappresentarla come in fig. 5.



Un punto della retta sarà un punto di questo insieme (fig. 6).

Se voglio considerare la posizione di due rette A e B



dovrò fissare l'attenzione sullo schema generale (fig. 7) ed esaminare l'intersezione di A e B: AOB.

Possono verificarsi i casi rappresentati dalle figg. 8.

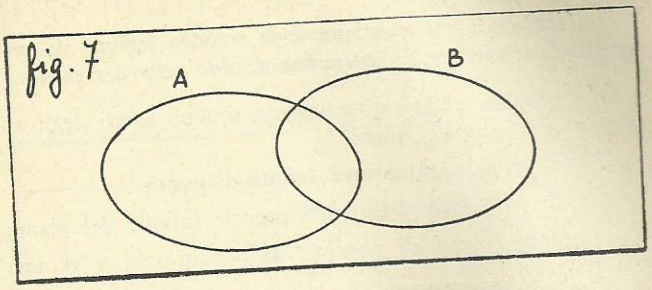


fig. 7

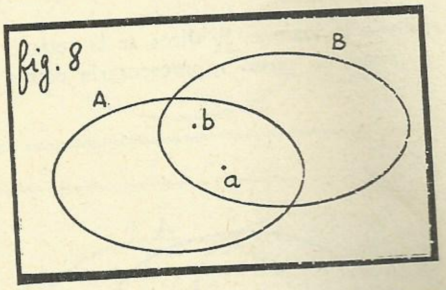


fig. 8

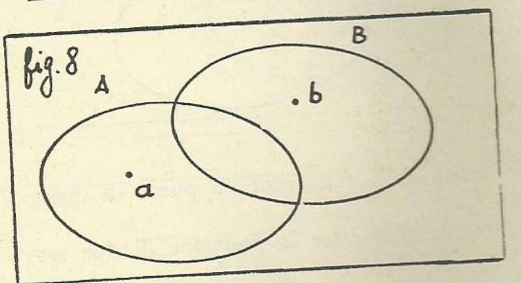


fig. 8

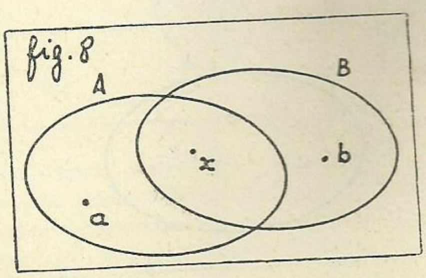


fig. 8

Il bambino deve interpretarli, ed è invitato a tratteggiare le zone che risultano essere insiemi vuoti. E' invitato anche ad esprimere le diverse situazioni in simboli, e ad interpretare le situazioni disegnando delle rette.

Dirà, per esempio, nel primo caso: ogni retta comprende i due punti a e b; ma, per l'assioma 3), ogni coppia di punti è inclusa in una e in una sola retta; dunque quel grafico esprime il fatto che A=B, cioè devo tratteggiare le parti esterne, perché vuote. Scriverà la deduzione in simboli, e disegnerà rette come coincidenti.

Dopo aver discusso anche le altre due situazioni, l'insegnante lo condurrà alla definizione « due rette si dicono secanti se e solo se la loro intersezione è un singolo ».

La lezione mette in evidenza come si cerchi sempre di rifuggire dal concreto, proprio per evitare che la percezione attraverso i sensi abbia il sopravvento sulla ragione. Questo principio è vivo in tutto il corso; così, quando si parlerà di traslazione e di rotazione, non si comincerà col far pensare al cassetto che viene aperto o all'ascensore che sale o alla porta che gira. La traslazione, ad esempio, verrà introdotta come *l'insieme delle coppie equipollenti ad una coppia di punti a, b* e si disegnerà il segmento *ab* munito di freccia. Si dimostra che esiste l'inversa, che il prodotto di due traslazioni è una traslazione; che è associativo; che esiste l'elemento neutro; e si deduce così che le traslazioni formano gruppo. Da notare che le proprietà della struttura di gruppo sono già state enunciate a proposito di insiemi numerici. Nell'uno e nell'altro caso si tratta sempre di un'introduzione al concetto di gruppo da un punto di vista statico.

« Sulla base di un corso di questo tipo — dice Papy — noi potremo, e anzi stiamo già facendo l'esperienza in qualche classe, sviluppare un programma molto avanzato nel 2° ciclo » (in effetti il programma che è in esperimento corrisponde e supera il nostro biennio universitario).

Matematici specializzati o uomini completi

E' chiaro che, a proposito di questa metodologia, si potrebbero fare tante considerazioni e da tanti punti di vista. Le questioni che abbiamo posto allo stesso Papy in varie occasioni sono di carattere generale. Gli abbiamo chiesto ad esempio: « le vostre classi sono veramente attive? Noi lo mettiamo in dubbio ». Gli abbiamo anche detto: « secondo noi, lo scopo fondamentale non è quello di creare dei matematici specializzati ma piuttosto degli uomini; ora, con l'acutizzare tanto le facoltà logiche a scapito dei sensi, non verremo a creare degli individui che mal s'inseriscono nella società? ».

Ma ci sarebbero molte altre e più profonde considerazioni da fare. Ci si può domandare per esempio se è vero che le facoltà logiche si acutizzino quando si attutisce il potere dei sensi. Questo ci fa pensare a uno dei punti più importanti della pedagogia della Montessori: la Montessori per esaltare un senso, per esempio quello del tatto, lo isola. cancellando gli altri, in particolare quello della vista. Si tratta di un'altra questione, evidentemente, ma che ha un fondo comune.

La metodologia di Papy ci porta anche a pensare che, proprio per opera di matematici-psicologi, come lo svizzero Piaget e l'ungherese Dienes, rimane provato su basi sperimentali come le facoltà logiche si possano sviluppare a partire dal concreto, da un materiale opportunamente strutturato. E tutto questo fa contrasto con quanto dice la scuola di Papy.

Ma il fascino della scuola di Papy si estende in tutto il Belgio (circa 300 classi), e varca le frontiere: non solo si risente nella vicina Francia, dove trova il terreno adatto, ma anche in Polonia dove si stanno facendo delle interessanti esperienze sotto la guida di Anna Zofia Krygowska, insegnante di didattica della matematica all'Università di Cracovia, che cerca col suo equilibrio, di temperare metodi così spinti. E l'interesse per la scuola di Papy va anche oltre oceano, in Argentina, dove, soprattutto presso le Università di Buenos Aires e di Rosario, ne vengono studiati metodi e contenuti in una critica larga e aperta.

Torniamo ora all'École Decroly: sulle pareti delle aule vediamo tabelloni con diagrammi di Venn che rappresentano insiemi numerici, insiemi di figure, insiemi di trasformazioni; vediamo tavole di composizione che mettono in luce isomorfismi e proprietà gruppali; ma vediamo anche classificazioni insiemistiche riguardanti per esempio la struttura di una lingua, vediamo grafici sulle pioggie o sulle temperature nei vari paesi con dati aggiornatissimi. E siamo attirati da un quadro che mette in evidenza il gioco della prospettiva, e lì vicino, dalla fotografia di un oggetto con la sua ombra al lume di una lampada. E poi la storia dello sputnick e il viaggio verso la luna... Cose passate e cose future. Ma in questo mondo di tabelle e di diagrammi che si rinnovano di anno in anno vediamo sempre presenti i ritratti di Leonardo e di Galileo, quasi a volerci ricordare, sempre, che la scienza non deve mai chiudersi in una stretta specializzazione e mai deve estraniarsi dalla vita.

Sembra davvero che ogni cosa, ogni fatto, ogni attività che si svolge all'École Decroly porti scritto a grandi lettere le parole che sessanta anni fa aveva dettato Ovide Decroly: « Una scuola per la vita attraverso la vita ».

Come ho avuto occasione di accennare, il nostro gruppo di lavoro, formato da colleghi che si trovano sparsi un po' in tutta Italia, da piccoli centri a grandi città, procede oggi strettamente unito e cerca di seguire, per quanto è possibile, una metodologia decroliana. D'altra parte, dobbiamo dire che è motivo di grande soddisfazione il sapere che aloune delle esperienze, che da anni andavamo svolgendo, vengano ripetute oggi all'École Decroly, e passino dunque sotto il vaglio di quel laboratorio di psico-pedagogia.

E' per tutte queste ragioni che l'École Decroly è per noi la nostra seconda scuola.

---

[1] Si riferisce di esperienze che riguardano il I ciclo secondario (classi VI, V, IV; età degli allievi: 12-15 anni).

[2] « Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire ». OECE, Paris, 1961.