

didattica viva

JEAN PIAGET - JEAN DIEUDONNÉ
ANDRÉ LICHNEROWICZ
GUSTAVE CHOQUET - CALEB GATTEGNO

**L'INSEGNAMENTO
DELLA
MATEMATICA**

la nuova italia firenze

INDICE

PREMESSA (L. Campedelli - E. Castelnuovo) p.	VII
LE STRUTTURE MATEMATICHE E LE STRUTTURE OPERATORIE DELL'INTELLIGENZA di <i>Jean Piaget</i>	1
L'ASTRAZIONE MATEMATICA E L'EVOLUZIONE DELL'ALGEBRA di <i>Jean Dieudonné</i>	35
I. Il simbolismo algebrico. - II. Le equazioni impossibili. - III. Il calcolo formale e l'algebra moderna.	
L'INTRODUZIONE DELLO SPIRITO DELL'ALGEBRA MODERNA NELL'ALGEBRA E NELLA GEOMETRIA ELEMENTARI di <i>André Lichnerowicz</i>	59
L'INSEGNAMENTO DELLA GEOMETRIA ELEMENTARE di <i>Gustave Choquet</i>	77
Introduzione. - I. Esame critico dei libri di testo. - 1. Esposizione intuitiva. - 2. Assiomi e postulati. - 3. Alcune occasioni di errore. - II. Scelta del sistema di assiomi. - 1. Assiomatichia Hilbertiana. - III. Geometria della retta. - 1. Definizione di una retta orientata Δ . - 2. Gruppo commutativo associato ad una retta. - IV. Geometria del piano. - 1. Primi lemmi fondamentali. - 2. Le perpendicolari e le oblique. - V. Studio delle isometrie e dell'orientazione. - 1. Spostamenti e famiglie continue di isometrie. - Nota I: Introduzione sopra una retta di un piano di una struttura di corpi totalmente ordinata, compatibile con la sua struttura di gruppo addittivo. - Nota II:	

Piani euclidei non archimedei. - Nota III: Esempio di piano non euclideo.

LA PEDAGOGIA DELLA MATEMATICA di *Caleb Gattegno* . 157

I. Il punto di vista dinamico. - II. Esempi di lezioni d'algebra elementare. - 1. Allievi di 11 anni. - 2. Allievi di 12 anni. - 3. Allievi di 13 anni. - 4. Allievi di 14 anni. - 5. Allievi di 15 anni. - III. L'acquisizione dell'esperienza geometrica. - I geopiani. - Conclusione.

La « *Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques* » ha iniziato (1955) con questo volume una serie di pubblicazioni che raccolgono il frutto della sua attività e, principalmente, di quei suoi Convegni, tenuti ogni anno in un diverso paese, nei quali lo scambio delle idee e gli incontri delle varie mentalità e culture — che rispecchiano tradizioni, bisogni e formazioni differenti — fanno nascere fermenti di opere e feconde suggestioni di ricerca.

L'interesse ogni giorno più largo verso i problemi dell'insegnamento della matematica ha origine ed aspetti molteplici, direttamente collegati ad orientamenti generali del pensiero e ad esigenze del nuovo abito di vita che si sta imponendo. La tecnica domina e sempre più dominerà: ciò richiede una sempre maggiore diffusione di conoscenze scientifiche ed implica familiarità con particolari modi di ragionare, osservare, vedere e interpretare.

Ma nessuna nuova, o più intensa seminazione, può essere fatta sopra un terreno non convenientemente preparato, altrimenti il raccolto delle messi non sarà adeguato — né per quantità, né per qualità — allo sforzo ed al lavoro compiuto, e la specie si andrà via via impoverendo.

Ebbene, il problema fondamentale è proprio questo: la preparazione del terreno su cui innestare la cultura necessaria ai giovani di oggi e di domani, e che deve servire di base anche alla loro formazione spirituale, morale e sociale.

Di qui la necessità di un approfondimento e di un riesame dell'arte dell'insegnare, e di una revisione dello spirito a cui l'insegnamento è informato.

Di fronte a queste istanze la responsabilità della matematica si fa gravissima, come quella di una disciplina che ha in sé elementi ad un tempo indispensabili per l'acquisizione di qualsiasi conoscenza tecnica, e tali da poter, almeno in parte, sostituire quella preparazione umanistica, filosofica e storica, che ha fino ad oggi dominato nelle nostre scuole, ma che ormai sembra destinata a veder attenuato il proprio potere di risonanza nell'animo dei giovani.

Tutto ciò significa — e non è poco — adeguare i modi ed i mezzi d'insegnamento ad una popolazione scolastica quanto mai eterogenea, con disparità di bisogni e di capacità intellettuali; più larga per numero e provenienza; molteplice per la varietà di formazione e le influenze ambientali di cui risente; e, soprattutto, vuol dire ricercare e porre in primo piano, potenziandolo ed arricchendolo, quanto nella matematica si trova di valori umani, filosofici, estetici, di rapporti con altre forme di indagine, di possibilità di condurre a guardare verso orizzonti più ampi. Insomma, il fine dell'insegnamento matematico non può esaurirsi nel fornire ai giovani le nozioni per giungere al possesso di una tecnica. E nemmeno può bastare l'aggiungervi — come fino a ieri si riteneva sufficiente — quelle aspirazioni alle quali si fa riferimento quando si parla di valore formativo della matematica, di ginnastica mentale a cui essa dà occasione; ed analoghe espressioni. Occorre qualche cosa di più: un diverso lumeggiare il pensiero matematico e le varie teorie in cui si esprime; un mettere in maggior risalto la sua congenialità alla nostra mente, e il suo collegarsi ed intrecciarsi ad interessi multiformi; un dare coscienza della vastità dei suoi echi nell'animo e nelle facoltà creative dell'uomo.

Questo è il non facile compito: ed il realizzarlo — per la parte in cui è realizzabile — richiede cambiamento di metodi, di impostazioni, di concetti.

Così, almeno sotto l'aspetto in cui è visto in Italia, si presenta globalmente il problema.

* * *

E chiama in causa le scienze e le tecniche dell'insegnare: dalla pedagogia alla psicologia; dal rigore logico all'accorgimento intuitivo; dalla sistemazione espositiva di questo o quel capitolo alla costruzione di sintesi e visioni unitarie; dalla ricerca di fattori generali nell'educazione matematica al riflesso di questa sopra quelli.

Questi fermenti e rielaborazioni non sono ignoti ai nostri insegnanti; ed anche coloro che gelosamente si tengono chiusi nella turris eburnea di una presunta autosufficienza, non riescono più ad impedire l'infiltrarsi di queste aure di nuova vita.

Ma non tutti sono a conoscenza dei primi organici risultati conseguiti, quale che ne sia il valore e comunque appaiano circoscritti: senza dimenticare che non debbono mai essere riguardati come definitivi, ma costituire materia di ulteriori indagini. Ci pare quindi opportuno che un libro come quello che presentiamo — così vivo ed attuale — possa diffondersi anche fra noi, tradotto nella nostra lingua.

Ne sono autori cinque dei membri fondatori della « Commission internationale » di cui si è detto: uno psicologo, Jean Piaget, professore nelle Università di Ginevra e di Parigi; tre matematici, Jean Dieudonné, della Northwestern University, Evanston, Ill. (Stati Uniti), André Lichnerowicz, professore al Collège de France, e Gustave Choquet, dell'Università di Parigi; ed un pedagogista, Caleb Gattegno, già insegnante all'Institute of Education dell'Università di Londra ed ora aggregato all'Unesco.

Il titolo originale, L'enseignement des mathématiques, deve essere precisato nel senso che le scuole di cui ci si occupa sono esclusivamente — secondo le nostre denominazioni — le « medie » e le liceali.

E quale matematica si tratta di insegnarvi? quella classica, tradizionale, o la moderna? L'alternativa sta, cioè,

nella scelta fra una matematica che ha per base concetti (quali i numeri interi, i punti, le rette, ...) e proposizioni elementari alla cui acquisizione si giunge intuitivamente attraverso l'esperienza di ogni giorno; e una matematica nella quale il giuoco della logica agisce allo scoperto fino da principio, e quindi non vi si parte da enti suscettibili di richiamare immagini concrete e da esse prendere origine, ma vi si pongono a fondamento sistemi operatori e strutture.

Gli autori rispondono unanimi sostenendo l'opportunità di compenetrare l'insegnamento dello spirito delle matematiche moderne, che vedono ricco di vantaggi. I tre matematici illustrano la questione dal punto di vista storico, in guisa da mettere in rilievo come, in tutto lo sviluppo della nostra scienza, si debba riconoscere una continua ascesa verso l'astrazione, tanto che, fra gli « oggetti matematici » su cui si opera e le regole operatorie, sono queste ultime a costituire l'essenza vera delle costruzioni matematiche, e non la « natura » delle prime che vi appare anzi del tutto estranea. E pertanto essi ritengono che, anche in un corso elementare, convenga insistere su quelle proprietà operatorie che si mantengono valide nel passaggio da una teoria all'altra (come le proprietà dei numeri interi e dei polinomi; le leggi di composizione di certi insiemi di numeri; ecc.), e che, per questo loro carattere di generalità e di sintesi, presentano molteplici suggestioni.

In questo stesso ordine di idee, ma da un diverso punto di vista, le affermazioni del Piaget portano un contributo veramente notevole, che colpisce e conduce a riflettere. Con attente e raffinate esperienze sulla nascita e lo sviluppo dei concetti matematici nei ragazzi delle diverse età, egli è pervenuto a stabilire che alle tre strutture fondamentali dell'edificio matematico, secondo la moderna scuola francese detta « del Bourbaki », e cioè le strutture algebriche, quelle dell'ordine e le topologiche, corrispondono tre tappe fondamentali nell'apprendimento dei concetti matematici

da parte del fanciullo. Si riconosce infatti che nel bambino si formano, più o meno nello stesso periodo, capacità di comprensione che appaiono collegate a strutture di tipo algebrico (per esempio: il senso della reversibilità delle azioni; della presenza, entro una classe, di un'altra che ne è una parte; ecc.) e dell'ordine (come la « seriazione »: e si ricordano, a questo proposito, le esperienze, ormai classiche, dello stesso Piaget, sulla difficoltà che incontra il bambino fino verso i sei anni a disporre in ordine d'altezza dei diversi regoli di legno). Mentre i concetti elementari che rientrano nelle strutture topologiche si affacciano in precedenza e vengono rapidamente acquisiti. Così, per esempio, l'ordine di costruzione e di collegamento delle nozioni geometriche, nello sviluppo spontaneo della mente del bambino, non sembra affatto conforme all'ordine storico del progresso della geometria: egli si impossessa di idee e trova i suoi primi orientamenti in un campo che appartiene alla topologia assai più presto di volgersi verso la geometria euclidea.

Il pedagogista Gattegno si ricollega agli altri autori, mostrando come nell'insegnamento si debba aspirare ad ottenere il più stretto connubio fra le strutture matematiche e quelle mentali, e porta il suo maggior contributo, originale e significativo, con lo sforzo di porre a base della didattica matematica il principio della libertà, fondamentale nella moderna pedagogia. Egli vorrebbe che programmi prestabiliti e consuetudine di metodi non costringessero l'allievo a seguire delle strade già segnate; persino lo stesso procedimento deduttivo, che fa capo a premesse verso le quali il ragazzo non si è volto spontaneamente, ma è stato condotto da altri; persino la scelta degli esempi che, per apparire significativi, hanno bisogno di essere semplici, e quindi artificiali; la stessa aritmetica che, limitandosi al « numerico », impone particolari restrizioni; tutto ciò impedisce all'allievo di procedere secondo un suo naturale sviluppo, ed è grave errore.

* * *

Il lettore italiano ne trarrà qualche motivo di perplessità! Ma lo abbiamo detto: non presentiamo questo libro come una fonte di verità acquisite, ma per indurre a meditare; e dar modo ad ognuno di sapere che si vive, si pensa, ci si agita — sia pure con non ancora composta armonia — al di là della linea che chiude il suo orizzonte, per luminosa e vasta che possa sembrargli.

Abbiamo detto anche che fra i duri problemi — e le responsabilità — di cui è gravato l'insegnamento della matematica, è la necessità di portare e tener vivi elementi umani ed umanistici in ogni più razionale e gelida speculazione, così da attenuare i danni dell'impersonalità della tecnica. Ciò richiede, in primo luogo, di conservare alla costruzione scientifica, almeno limitatamente ai suoi elementi, immediatezza di contatti ed aderenza con il mondo della pratica quotidiana. A quest'osservazione, non tutti danno — come è ben naturale — un'uguale importanza, poiché non tutti attribuiscono al problema dell'insegnar matematica le medesime finalità. Ed allora si può ben comprendere come altri, diversamente orientato, ritenga di dover introdurre le astratte concezioni della cosiddetta matematica moderna fino quasi dai primi passi dell'insegnamento. A noi, in questo campo, un errore di tempestività sembra invece quanto mai pericoloso, poiché può uccidere il fascino di idee che a posteriori si rivelano tanto alte e significative e potenti.

Ma è proprio dai contrasti delle vedute che nascono le discussioni ed il bisogno di approfondimenti, la necessità di sentire più voci e di allargare le esperienze personali, mentre l'opera altrui induce a riflettere e a cercare di capirne i motivi. Qui, soprattutto, debbono essere ricercati gli intendimenti con i quali presentiamo il volume.

LUIGI CAMPEDELLI

Ordinario nell'Università di Firenze

EMMA CASTELNUOVO

Ord. nella Scuola Media « T. Tasso » di Roma

Firenze, 13 febbraio 1959