

12 f. arancione
67

Archimede
1959

INDICE

DELL'UNDICESIMA ANNATA (1959)

(PER RUBRICHE)

1.

ARTICOLI DI TESTA

| | |
|--|--------------|
| CAMPEDELLI L., Valori umani nell'insegnamento della matematica | Pag. 225-241 |
| GIANNARELLI R., L'ora della matematica | 61-69 |
| LOMBARDO-RADICE L., Idee e fatti nella scienza sperimentale | 123-129 |
| POMPILJ G., Analisi della varianza | 175-180 |
| SEGRE B., Intorno alla geometria di certi spazi aventi un numero finito di punti | 1-15 |
| SORANI G., La matematica oggi | 181-185 |
| TENCA L., Matematici combattenti | 186-190 |

2.

FILOSOFIA - METODOLOGIA DIDATTICA

| | |
|---|------------|
| CAMPEDELLI L., I modelli geometrici. Parte terza: Il « modello geometrico » nell'insegnamento superiore | Pag. 16-23 |
| — Il primo « baccalaureato europeo » | 191-193 |
| CASTELNUOVO E., L'insegnamento della matematica ai ragazzi dagli 11 ai 14 anni | 24-28 |
| — Ispirazione storica e trattazione didattica | 70-75 |
| — Trattazione didattica e dati di psicologia scientifica | 130-135 |
| — Il valore didattico del materiale mobile con continuità | 194-200 |
| CHIELLINI A., Nuovo metodo empirico-razionale per l'insegnamento dell'aritmetica | 254-267 |
| PESCARINI A., Posizione del problema didattico per l'insegna- | |

| | |
|---|--------------|
| mento dell'algebra nel primo biennio delle scuole secondarie superiori. | Pag. 268-278 |
| SERVI B., Moltiplicazione algebrica | 201-202 |
| VIOLETTA T., Lineamenti e problemi della pedagogia matematica | 242-253 |

3.

ANTOLOGIA

(a cura di R. GIANNARELLI)

| | |
|---|--------------|
| DELL'ORO A. M., La scienza è irrazionale? | Pag. 279-281 |
| FANTAPPIÈ L., Metodologia e funzione della matematica nello sviluppo generale della scienza | 76-80 |
| GALILEI G., Del moto naturalmente accelerato. (Traduzione e note di Adriano Carugo e Ludovico Geymonat) | 29-32 |
| LEIBNIZ G., Confessioni relative a una famosa controversia: lettera di Leibniz alla contessa di Hilmansegg. (Trad. G. Castelli) | 203-205 |
| KLEIN F., Il programma di Erlangen | 136-141 |

4.

MATEMATICHE APPLICATE

| | |
|--|--------------|
| SCONZO P., Sull'adattamento dei metodi astronomici al calcolo delle orbite dei satelliti artificiali | Pag. 206-217 |
|--|--------------|

5.

PER I CANDIDATI AI CONCORSI

| | |
|--|------------|
| CHIELLINI A., Temi assegnati in concorsi a cattedre di scuole secondarie | Pag. 33-51 |
|--|------------|

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA AI RAGAZZI DAGLI 11 AI 14 ANNI (*)

Vorrei in questo nostro primo incontro darvi un quadro, sia pure assai incompleto, della situazione in cui si trovano oggi gli studi sull'apprendimento matematico del fanciullo dagli 11 ai 14 anni.

Vi dico subito che quanto è stato fatto per i bambini di questa età è così poco e di data così recente che il problema non solo non è risolto, ma che è aperto, che si apre ora, che è allo stadio di ricerca, e che, quindi, è dovere di tutti noi cercare di contribuire con le nostre esperienze alle indagini che si vanno facendo in tutto il mondo. Quello che ci si presenta, dunque, è un lavoro dei più attraenti perchè nuovo; è, come vedrete, un lavoro che oltrepassa le frontiere dello stretto campo dell'insegnamento della matematica per toccare orizzonti più vasti come lo studio della storia, della psicologia, della pedagogia generale.

Ma, per farvi affacciare dalla finestra a intravedere i vari campi di ricerca che ci sono offerti, è bene illustrare, sia pure sommariamente, la situazione della didattica matematica, e in particolare della geometria, per i piccoli adolescenti, da un secolo ad oggi.

L'insegnamento della matematica per i bambini dagli 11 ai 14 anni era stato fino a pochi anni fa notevolmente trascurato da parte dei matematici e dei pedagogisti. Esaminando questo triennio di studio negli ultimi cento anni, sia in Italia che all'estero, notiamo che nella maggior parte dei paesi esso è collegato con il corso superiore, in pochi altri invece, come in Svizzera, fa parte della scuola elementare. Nella maggioranza delle nazioni inserendosi dunque nel corso secondario, esso è stato messo un po' da parte perchè l'attenzione si è rivolta soprattutto ai giovani dai 14 ai 18 anni, a quella « élite » che si voleva indirizzare con un solido bagaglio logico alle facoltà universitarie. Tutto questo risulta in modo chiaro se scorriamo programmi e relazioni della Commissione internazionale dell'insegnamento della matematica; risulta, in particolare, che in Italia - e ci fermeremo ora sul nostro paese - tanto poco era oggetto di studio l'età dagli 11 ai 14 anni che in un certo periodo, e precisamente dall'anno 1867 al 1870, l'insegnamento della matematica fu del tutto abolito dopo la scuola elementare per essere ripreso a 15 anni, e proseguire così per tre anni consecutivi.

Questa curiosa distribuzione d'orario per cui dei giovanetti che avevano lasciato la scuola primaria a 10-11 anni venivano tuffati, dopo quattro anni

(*) Per la crescente importanza che vanno assumendo anche in Italia le questioni di didattica della matematica, « Archimede » pubblica volentieri le più interessanti relazioni svolte nel secondo Convegno di studio sulla didattica della matematica nel mese di novembre 1953, a cominciare dalla presente prima relazione della nostra valorosa collaboratrice prof. EMMA CASTELNUOVO (N. d. D.).

di stasi, in un corso di aritmetica razionale e di geometria deduttiva, mette in risalto quale scarso interesse destasse l'età della pre-adolescenza anche in uomini come Cremona, Betti e Brioschi a cui dobbiamo la grandiosa struttura dei programmi dettati nel '67.

« La matematica non deve considerarsi come un complesso di cognizioni utili in sè perchè applicabili ai bisogni della vita, ma principalmente come un mezzo di cultura intellettuale, come una ginnastica del pensiero diretta a svolgere le facoltà del raziocinio ed aiutare quel sano criterio che serve a distinguere il vero da ciò che ne ha solo l'apparenza ». Queste parole illustrative dei programmi dell'anno 1867, e che, poi, dopo il 1870, vennero a riferirsi anche ai primi anni della scuola secondaria, mettono in luce tutto un metodo didattico, ma mettono in ombra — mi sia permesso di dirlo — il problema dell'istruzione matematica nel primo periodo dell'adolescenza, non potendo un ragazzetto dagli 11 ai 14 anni compenetrarsi di un insegnamento così puro ed astratto.

Cremona, Betti e Brioschi avevano voluto portare immediatamente nella scuola secondaria — caso unico nella storia della didattica matematica — gli ultimi risultati ottenuti in campo scientifico: i frutti di quella critica dei principî che proprio in quegli anni era giunta ad un'analisi profonda ed accuratissima, e avevano voluto che in questo regime di rigore iniziassero i loro studi anche i piccoli adolescenti.

Tale situazione, ispirata ad una concezione purista della scienza, si è mantenuta per decine di anni e ha fatto sì che l'Italia venisse segnalata in tutto il mondo per la serietà degli studi matematici nelle scuole secondarie.

In questo clima di purezza e di astrazione, dove tutto appariva prestabilito e ben ordinato, in questa sistemazione « dove gli uomini di scienza nascondevano le tracce del cammino che li aveva condotti alla scoperta » — come dirà poi l'Enriques —, si formarono generazioni e generazioni di letterati, di matematici, di tecnici. Ma, dalle relazioni della Commissione sull'insegnamento della matematica risulta anche come fossero scarsi i risultati agli esami di licenza e come un malcontento generale, da parte del Ministero, dei professori e degli allievi, si creasse sempre di più nei confronti dell'insegnamento di questa disciplina.

Per limitare l'astrattezza dell'insegnamento e venire incontro alle necessità intellettuali dei piccoli allievi, nell'anno 1881, un grande medico, allora Ministro della pubblica istruzione, Guido Baccelli, volle introdurre nel primo triennio medio un corso di geometria intuitiva; corso che ebbe però breve vita perchè male interpretato. « Tutti ricordano — dice il Veronese nella prefazione della sua *Geometria intuitiva* pubblicata nel 1901 — la cattiva prova fatta parecchi anni or sono dall'insegnamento di una cosiddetta geometria intuitiva che finì per essere abolita perchè più dannosa che utile all'insegnamento della geometria razionale ». E così continua: « Come prescrivono le istruzioni ministeriali mi servo (in questo libro) principalmente delle *immagini delle figure* per dare i loro nomi e per rilevare le loro proprietà più ovvie, principalmente quelle che devono poi essere poste a fondamento degli *Elementi* ».

A questa interpretazione di carattere percettivo più che costruttivo data dal Veronese al primo corso di geometria fa seguito la posizione più decisa di Federigo Enriques che nel suo volumetto di geometria intuitiva pubblicato pochi anni dopo fa appello all'attività dell'insegnante. « Occorre svolgere nei giovanetti — dice — le facoltà immaginative e preparare la comprensione

di un più perfetto ordinamento logico della materia; perciò importa mettere in evidenza le *esperienze* elementari su cui riposa l'edificio geometrico ed evitare quelle ambigue pseudo-definizioni e dimostrazioni che, sotto il pretesto di fare appello all'intuizione, introducono formole verbali prive di senso ».

Va sottolineato però che quel corso di geometria intuitiva, messo — direi — quasi per prova, era dedicato solo agli scolari del ginnasio inferiore (che si volevano particolarmente curati come futuri allievi del liceo classico), mentre negli altri ordini di scuole, ad esempio in quello tecnico, non esisteva un corso preparatorio di geometria ma si cominciava con l'insegnamento della geometria razionale fin dalla II classe, e cioè all'età di 12 anni.

Comunque, un passo, un tentativo didattico era stato fatto e l'Italia poteva veramente considerarsi all'avanguardia rispetto alle altre nazioni dove, per lo più (fatta, ad esempio, eccezione dell'Austria) un insegnamento geometrico a carattere intuitivo mancava in ogni ordine di scuola secondaria.

Si verificava intanto che in altri paesi, come, per esempio, in Svizzera, dove il triennio 11-14 anni era associato, come abbiamo detto, alle elementari, l'insegnamento della matematica, pur non affidato a degli specialisti, era particolarmente curato da un punto di vista pedagogico, come risulta da scritti dedicati alla metodologia dell'aritmetica e della geometria per quella età.

Ma, in generale, la lettura delle relazioni della Commissione Internazionale sulla didattica nei singoli paesi ci fa concludere che tutta l'attenzione dei matematici era portata all'insegnamento nei corsi secondari superiori.

E in Italia la situazione non cambiò certo nel 1923 con la Riforma Gentile, dove si mirava soprattutto, nei riguardi della matematica, a sviluppare nell'allievo le facoltà di comprendere la sistemazione deduttiva di una teoria. Inoltre, la netta separazione fra matematici, letterati e tecnici fece sì che sempre di più i primi si barricarono nella loro fortezza senza voler ascoltare le parole di allarme che pedagogisti come Giuseppe Lombardo-Radice alzavano a protezione e tutela dei piccoli adolescenti; senza voler studiare i metodi d'insegnamento della matematica che una Montessori o un Decroly avevano genialmente ideato per la scuola elementare fondandosi su serie basi scientifiche; senza voler aprire le porte delle nostre aule a quel soffio di vita che poteva venire dall'osservazione della natura e della tecnica; senza ascoltare quello che uomini dell'industria richiedevano per l'istruzione dei loro figli. « È questo il torto precipuo dello spirito dottrinario che invade la nostra scuola — scriveva Guido Castelnuovo nel 1912. Noi vi insegnamo a diffidare dell'approssimazione, che è realtà, per adorare l'idolo di una perfezione che è illusoria. Noi vi rappresentiamo l'universo come un edificio le cui linee hanno una perfezione geometrica e ci sembrano sfigurate ed anebbate a causa del carattere grossolano dei nostri sensi, mentre dovremmo far comprendere che le forme incerte rivelateci dai sensi costituiscono la sola realtà accessibile, alla quale sostituiamo, per rispondere a certe esigenze del nostro spirito, una precisione ideale ».

In queste condizioni, con lo scontento delle famiglie, con il convincimento frequente da parte di molti che la comprensione della matematica è possibile solo a un gruppo ristretto di individui particolarmente dotati, con la insoddisfazione degli insegnanti che spesso si lamentano della poca preparazione ed attitudine dei loro allievi, siamo arrivati, sia in Italia che all'estero, all'ultima guerra e a questo dopo-guerra.

E il dopo-guerra si è presentato in tutto il mondo con due nuovi grossi problemi:

1) un problema di carattere generale: la società scolastica è cambiata; larghe masse di giovanetti che fino a pochi anni fa terminavano i loro studi con il corso elementare, proseguono oggi nei vari rami delle scuole secondarie. L'istruzione non è più, quindi, un bene solamente di una « élite », ma il figlio dell'operaio come quello del contadino hanno diritto a farsi una cultura sui banchi della scuola accanto al figlio del medico o dell'ingegnere;

2) un problema riguardante le materie scientifiche: le scoperte di questi ultimi anni in tutti i campi scientifici e tecnici hanno evidentemente un riflesso sull'insegnamento secondario di queste discipline e in particolare sulla matematica, prima materia scientifica che viene insegnata. Oggi, a differenza dell'epoca di Gentile, non è più possibile a una persona colta ignorare o peggio vantarsi di non capire niente di matematica, e i giovani che lasciano ora le nostre scuole secondarie sentono, per la maggior parte, quanto poco abbia loro dato la scuola ai fini di una cultura matematica. Parlo dei giovani che hanno frequentato i licei o gli istituti tecnici, ma mi preoccupo soprattutto di quei ragazzetti di 13-14 anni che terminano i loro studi con il triennio medio portando in sé l'impressione che l'aritmetica consiste nella risoluzione di un'impalcatura di espressioni o di problemi inesistenti e la geometria si riduce qualche volta a un elenco di definizioni imparate a memoria e allo studio di figure che si conoscono tanto bene che, nella vita, non si sanno riconoscere. Tali ragazzi, attirati in questi anni come non mai dalle sensazionali scoperte in ogni ramo della scienza, scoperte riportate e divulgate in articoli di giornali e riviste, non possono avere nemmeno il senso della potenza dell'intelletto umano, non avendo mai provato che cosa significhi la passione per la ricerca e la gioia della scoperta.

Di questo stato di cose ci si è reso conto immediatamente dopo la guerra, in quel fervore di nuova gioventù, di lavoro di ricostruzione materiale e morale, che si è verificato in ogni paese e di cui siamo stati noi stessi spettatori ed attori. Si voleva che la nuova generazione, cioè la classe dei nostri allievi, prendesse amore agli studi matematici fin dal primo ingresso nella scuola secondaria. Questo risorgimento scolastico ebbe luogo in tutti i paesi del mondo e si prolunga, per quanto riguarda la matematica, con un calore e un'attività che fanno veramente sperare in un sistematico lavoro didattico. A questa opera prendono oggi parte, oltre ai matematici, pedagogisti e psicologi, e maestri e professori di ogni grado collaborano insieme ad insigni scienziati: *sono allo studio le strutture matematiche del fanciullo dagli 11 ai 14 anni*. Il lavoro di un professore di matematica è oggi così vasto e impegnativo da promuovere e giustificare il tema dell'ultimo Congresso della Società matematica belga tenutosi nell'estate scorsa con pubblico internazionale: « La responsabilità umana del professore di matematica ».

* * *

Noi ci vogliamo particolarmente occupare del primo insegnamento della geometria, della *geometria intuitiva*.

Risaliamo al significato etimologico del termine « intuizione »; *intueri* significa originariamente: *guardare dentro, guardare con attenzione*. In origine

il significato era dunque statico: era quello di contemplare la verità in senso platonico. In seguito, dopo Kant, il significato si è evoluto e da statico è diventato dinamico: già in Rousseau, e poi soprattutto in Pestalozzi, l'intuizione nasce dal lavoro nel senso di un'operazione: la parola intuizione acquista il significato di *costruzione*.

Una geometria intuitiva che prenda ispirazione dalla pedagogia pestalozziana non potrà contentarsi di portare l'attenzione degli allievi sulla figura tracciata alla lavagna o sul modello statico del Veronese, ma dovrà offrire ai ragazzi un materiale con cui si possa costruire o che si possa trasformare, e l'attenzione sarà rivolta, non tanto alla figura, oggetto concreto, ma alla sua variazione, a un'operazione dunque, che, in quanto tale, è astratta.

Per affrontare il problema in questo senso, ispirandosi cioè a concezioni costruttive, molti e vari sono i metodi d'indagine didattica. Ci sembra però di poterli raggruppare secondo due indirizzi distinti: l'uno potrebbe essere denominato di indagine « dall'esterno », l'altro, per contrapposizione, di indagine « dall'interno ».

Del primo indirizzo fanno parte quegli studi che prendono ispirazione dalla storia, non tanto una storia della matematica dato che questa ha un'origine relativamente recente, ma una storia in quanto lavoro fatto dall'umanità, fin dalle epoche preistoriche, verso la costruzione di concetti e di leggi matematiche. Tale metodologia sostiene che, per taluni aspetti, il fanciullo segue nelle successive fasi dell'apprendimento la stessa via che ha percorso l'umanità. Questo indirizzo, che raccogliamo sotto il nome di *metodo storico*, può illuminare dunque la formazione di alcuni concetti nella mente del bambino e suggerire opportune basi concrete atte a facilitare la presa di coscienza di determinate nozioni da parte del fanciullo.

Del secondo indirizzo invece fanno parte gli studi e le indagini su quei processi che, ad opera dei sensi e della mente, è condotto a seguire il bambino a cui si dia un materiale atto a sintetizzare, ad analizzare, ad operare insomma; si tratta dunque di un *metodo psicologico*.

Ma i due indirizzi di ricerca didattica, pur partendo da idee diverse, non si escluderanno, anzi — come vedremo in seguito — si completeranno a vicenda e molto spesso condurranno alle medesime conclusioni. Per l'uno si richiede da parte dell'insegnante uno studio di testi antichi e moderni di matematica e delle prime tecnologie, e un'intelligenza sensibile alle interpretazioni archeologiche; per l'altro invece sarà necessaria la conoscenza delle principali opere e scuole di pedagogia e di psicologia scientifica.

Sono appunto queste diverse metodologie che vorremmo mettere in luce su esempi particolari nelle tre prossime relazioni. Vedremo allora come, con una base culturale indispensabile, l'insegnante potrà, partendo dalle domande, dalle risposte, e soprattutto dagli errori fatti all'allievo di fronte a un certo materiale, essere condotto a mutare opportunamente la base concreta in modo da « sensibilizzarla » rispetto al piccolo sperimentatore.

Vorremmo far vedere che, in questo senso, ciascuno di noi può, nella sua classe, fare un lavoro scientifico.

EMMA CASTELNUOVO.