PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

SERIE IV - VOLUME XXX - MCMLII

LABORAVI FIDENTER

BOLOGNA NICOLA ZANICHELLI EDITORE
MCMLII

INDICE DEL VOLUME

ARTICOLI

Calcolo del volume dell'icosaedro regolare

Riceviamo la seguente lettera che pubblichiamo molto volentieri insieme col relativo allegato.

Caro Prof. Chisini,

le invio una Nota sulla determinazione del volume dell'icosaedro regolare, che mi piacerebbe veder pubblicata nel " Periodico di Matematiche ". Il lavoro è dovuto a una mia allieva tredicenne, Paola Ferretti.

L'idea di scomporre l'icosaedro in 20 piramidi uguali aventi per vertice comune il centro del poliedro stesso e per base una faccia è forse venuta alla bambina riflettendo al metodo che dà A. C. Clairaut per la determinazione del volume di una piramide particolare; come è noto il Clairaut nei suoi " Eléments de géométrie " scompone un cubo in 6 piramidi aventi per vertice comune il centro del cubo e per base una faccia.

Ricordo che spesso l'Enriques citava questa dimostrazione del Clairaut come particolarmente intuitiva; sono oggi ben lieta che i suggerimenti didattici del nostro Maestro abbiano dato dei frutti anche nei bambini di una scuola media inferiore.

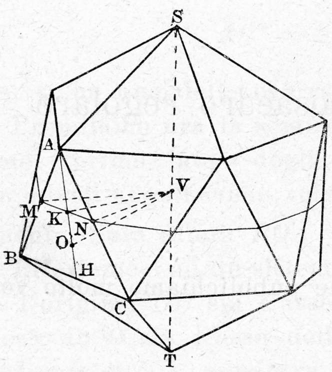
Dalle ricerche bibliografiche fatte al riguardo non è risultato che questo metodo di valutazione del volume dell'icosaedro regolare sia stato trattato; data la semplicità e il carattere elementare della dimostrazione riterrei quindi opportuna la pubblicazione.

Grazie e cordiali saluti

Emma Castelnuovo

Sia V il centro di un icosaedro regolare di cui una faccia è il triangolo equilatero ABC.

Il volume dell'icosaedro potrà ottenersi moltiplicando per 20 il volume della piramide di vertice V e base ABC. È immediata la determinazione dell'area del triangolo ABC nota la lunghezza l dello spigolo. Il problema è quindi quello di esprimere in funzione di l l'altezza VO di questa piramide, essendo O il baricentro di ABC; questo problema si risolve facilmente con due successive applicazioni del Teorema di Pitagora. Ecco come si procede: la sezione dell'icosaedro con il piano perpendicolare all'asse ST e passante per V è un decagono regolare di lato $MN = \frac{l}{2}$; VM è il raggio del decagono, e quindi la lunghezza VK, dove K è il punto medio di MN, sarà facilmente determinabile con il Teorema di Pitagora.



Consideriamo allora il triangolo rettangolo VOK: di questo è nota la lunghezza dell'ipotenusa VK ed anche la lunghezza del cateto $KO = \frac{1}{6} AH$, AH essendo l'altezza del triangolo equilatero. VO è quindi esprimibile, applicando il Teorema di Pitagora al triangolo VOK, in funzione di l.

Traducendo il procedimento geometrico in termini algebrici si arriva alla formula classica.

Paola Ferretti

Roma, Scuola Media Tasso - Classe III. sez. B.