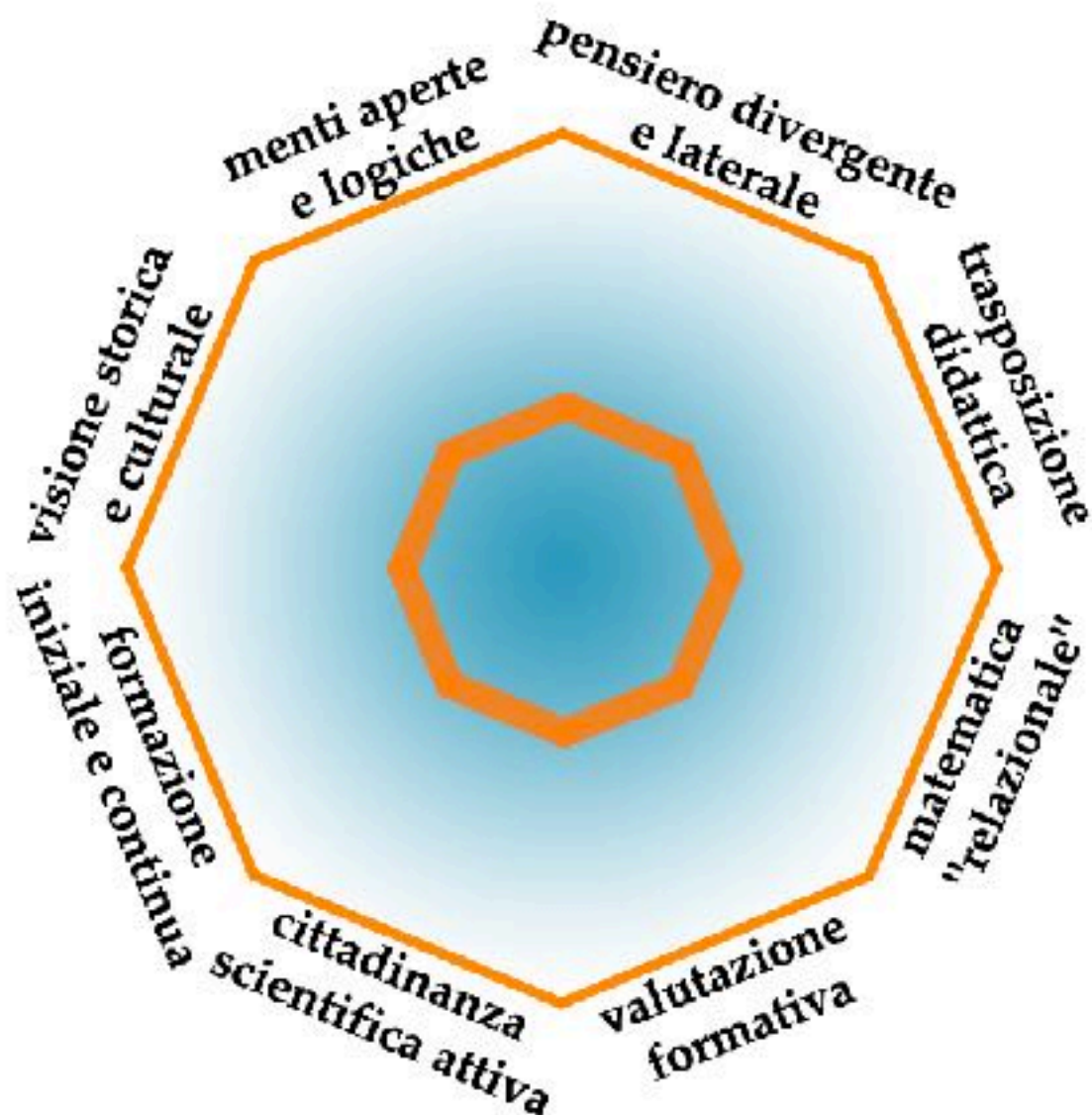




MANIFESTO SULL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA

Per un uso consapevole, democratico e formativo del pensiero matematico e dei suoi strumenti in dialogo con "Indicazioni Nazionali e nuovi scenari" (2018)

Giugno 2020



Perché un Manifesto sull'insegnamento della Matematica?

Perché le/gli studentesse/ti di ogni ordine e grado scolare possano:

- usare gli strumenti matematici per interpretare la realtà e avere consapevolezza critica dei dati reali e percepiti;
- costruire attivamente le proprie strutture cognitive come elemento per la cittadinanza attiva e promuovere un atteggiamento sperimentale per superare il disinteresse verso la conoscenza e la diffidenza per tutto ciò in cui interviene la matematica.

Perché le/gli insegnanti:

- sviluppino passione e interesse per la ricerca sull'insegnamento e apprendimento della matematica;
- sperimentino risposte collegiali, scambi di pratiche e interrogativi di senso;
- non si affidino e non si accontentino di soluzioni facili e preconfezionate ma riscoprano e valorizzino le proprie capacità di studio e di progettazione didattica.

Questo manifesto è diretto a insegnanti, dirigenti, formatori degli insegnanti, genitori, gruppi di ricerca pedagogica e disciplinare, studenti e ricercatori.

Il documento ministeriale "Indicazioni nazionali e nuovi scenari" dove il "pensiero matematico" è elencato tra gli "strumenti culturali per la cittadinanza", unitamente a questo documento, costituisce un punto di partenza per la discussione nei Gruppi di ricerca sulla Matematica del MCE.

Ricordiamo che:

- anche nell'apprendimento della matematica si manifestano differenze di genere, di ritmi e tempi di apprendimento e culturali;
- la matematica per molti è un ostacolo fin da piccolissimi e diventa strumento di selezione scolastica e sociale e di differenziazione nella scelta dei percorsi scolastici.

Attraverso la campagna dei **"4 passi per una Pedagogia dell'emancipazione"** il Movimento di Cooperazione Educativa indica e promuove le prassi fattibili in accordo con quanto proposto da questo Manifesto.

Finalità e strategie didattiche

1

Promuovere una **visione storica e culturale** della matematica, che ne valorizzi la funzione di strumento di conoscenza e organizzazione della realtà, dentro e fuori la scuola, tenendo conto delle culture di provenienza degli allievi.

- a) Predisposizione di **contesti significativi e motivanti** (1), evitando situazioni artificiali che abbiano senso solo per l'insegnante e non per gli allievi, nel loro stadio evolutivo, nel loro genere, nella loro cultura.
- b) Cura del **passaggio dal linguaggio naturale a quello matematico** (2) con un lavoro sistematico sulle parole e sui simboli e sui loro significati tecnici, all'interno del campo semantico della matematica, per utilizzarli in modo consapevole in una dimostrazione, in una definizione, in un'argomentazione, con gradualità e attenzione all'età degli allievi.
- c) Potenziamento delle azioni dirette alla **costruzione di strutture logiche, linguistiche, cognitive** per dotare gli studenti di strumenti adeguati ai tempi attuali e ai diversi ambienti di vita.
- d) Confronto dei **modi differenti di quantificare, confrontare, classificare, misurare, calcolare** provenienti da diverse culture (etnomatematica) (3) a partire da ciò di cui sono portatori gli allievi stessi in quanto inseriti in contesti familiari e culturali diversi gli uni dagli altri.

2

Formare **menti aperte e logiche** capaci di utilizzare le strutture della matematica per costruire congetture, argomentare, confutare, criticare, giustificare, pensare razionalmente anche in situazioni di incertezza, problematizzare, formulare domande, porre e porsi problemi.

-
- a) Costruzione di un **ambiente di apprendimento** in grado di dare sostegno agli allievi nell'affrontare le difficoltà nel capire e nel reggere le frustrazioni e gli insuccessi.
 - b) Utilizzo della **discussione matematica** come strumento per negoziare significati e costruire conoscenze condivise, sia in grande sia in piccolo gruppo, per problematizzare e per affrontare problemi aperti con più soluzioni, imparando a giustificare le proprie strategie con opportune argomentazioni.
 - c) **Gestione dell'errore** come tappa feconda del processo di apprendimento e come risorsa per i singoli e per i gruppi: favorire elaborazioni condivise di pensiero che aiutano ad autocorreggersi, spesso trascurate perché ci si accontenta di risposte "corrette" senza indagare sui processi di pensiero sottostanti.

3

Valorizzare, educare, sviluppare flessibilità e **pensiero divergente e laterale** (4) come modi per prevenire le difficoltà e le emozioni negative e alimentare il piacere e il desiderio di scoperta, favorire la passione, il divertimento, la curiosità, la soddisfazione di capire la matematica e sviluppare la creatività anche in questo ambito.

- a) Realizzazione del **laboratorio di matematica** come ambiente in cui sperimentare, scoprire e costruire conoscenze matematiche in modo operativo, fondandole sulla risoluzione di problemi connessi con situazioni reali e/o interni alla matematica.
- b) Valorizzazione del **ruolo del gruppo, della classe** come luogo di riscontro e rispecchiamento delle "invenzioni" e scoperte di ciascuno, moltiplicando le possibili interpretazioni.
- c) Costruzione con gli allievi di **modelli** (5) materiali, simbolici, grafici, digitali da "manipolare" per favorire i processi di comprensione e concettualizzazione.
- d) Uso di **strumenti digitali** e di **software** per favorire i processi di generalizzazione e la riflessione sulle relazioni fra gli enti matematici più che le abilità meramente strumentali, sviluppando e ampliando le abilità anche in soggetti più deboli.
- e) Ricerca della matematica e delle sue **regole in natura** e avvalersi della natura stessa per leggere, scoprire i concetti matematici sottesi e accogliere stimoli e domande.

4

Farsi carico della **trasposizione didattica** del sapere, elaborando e sperimentando strategie didattiche efficaci, assumendosi l'onere della progettazione didattica e della revisione continua dei percorsi tenendo conto dei processi cognitivi degli allievi reali.

- a) Costruzione dei concetti matematici tenendo presenti i loro sviluppi e le loro connessioni reciproche, con una **didattica elicoidale** (6), capace di tornare più volte su temi e concetti ampliandoli, strutturata su **tempi lenti e lunghi** (7) per porre attenzione all'errore, alle difficoltà, agli ostacoli (cognitivi, epistemologici...) degli allievi.
- b) A partire da oggetti matematici già costruiti, ad esempio espressioni aritmetiche, polinomi, grafici di funzioni, dare senso agli stessi attraverso processi di **reinvenzione guidata** dei concetti sottesi per favorire la **costruzione di strutture interpretative** che diano senso alle astrazioni matematiche.
- c) Presa di coscienza delle relazioni reciproche tra corpo e "oggetti matematici", nel senso dell'**embodiment**, cioè della *conoscenza incarnata* (8) che offre elementi per capire come hanno origine i concetti matematici e aiuta quindi nell'elaborare strategie idonee a favorire una **comprensione profonda** degli stessi, non come generico riferimento ad esperienze corporee ma come necessità di passare attraverso il corpo per arrivare alla mente.
- d) Attenzione ai **processi** attraverso cui si costruiscono i concetti, per evitare il formarsi di **concezioni-ostacolo** dipendenti da una didattica che non prenda in debita considerazione le complesse relazioni tra i modi di apprendere degli allievi, i costrutti teorici della disciplina e la mediazione dell'insegnante.
- e) Attenzione agli **spazi del "fare scuola"** (9) che consentono di esprimere attitudini e interessi degli allievi, anche non direttamente legati all'apprendimento scolastico, che connettono la scuola al mondo reale e al territorio in cui è inserita e che favoriscono organizzazioni flessibili del gruppo classe.

5

Proporre una **matematica "relazionale"** orientata cioè alla scoperta delle relazioni che legano fra di loro gli "oggetti matematici" (i "perché", i "come", le spiegazioni) come alternativa ad una visione puramente strumentale e meccanica della disciplina basata sulla memorizzazione di regole e di procedure convenzionali.

- a) Ricerca e riconoscimento di ritmi, strutture, cicli, regolarità in situazioni reali e cura della loro **formalizzazione matematica** con strumenti via via più elaborati e complessi (algebra, funzioni, rappresentazioni geometriche...) per scoprire progressivamente le strutture unificanti della disciplina.
- b) **Modellizzazione** (10) di situazioni reali per risolvere problemi con strumenti matematici e cogliere quindi il significato e l'utilità pratica della matematica stessa.
- c) Sviluppo della capacità di vedere con gli **"occhi della mente"** ciò che è difficile percepire restando ancorati al concreto, a ciò che cade sotto i nostri sensi, per concepire gradualmente gli enti matematici nella loro pura astrazione.
- d) Costruzione di **mappe mentali** per organizzare i concetti astratti in reti di significati collegati fra di loro tenendo presenti i campi concettuali (11) a cui si riferiscono.

6

Realizzare una **valutazione formativa** basata su una rilevazione degli apprendimenti degli allievi che tenga conto delle competenze implicite già presenti nei ragazzi e della loro evoluzione per ricavare elementi utili alla revisione continua dei percorsi didattici calibrandoli sugli esiti effettivi dell'apprendimento.

- a) Utilizzo di **strumenti qualitativi** quali protocolli osservativi, diari di bordo, documentazione di percorsi didattici con elaborati degli allievi, fotografie, filmati, deregistrazione di discussioni utilizzando gli strumenti informatici che favoriscono la condivisione e la diffusione dei materiali prodotti.

-
- b) Pratica dell'**autovalutazione** con l'uso di strumenti di feedback degli allievi.

7

Contribuire con la matematica alla **costruzione di una cittadinanza scientifica attiva**, attraverso la formazione di strumenti utili alla partecipazione democratica come la capacità di ascoltare gli altri, comunicare, spiegare e giustificare le proprie idee.

- a) Conoscenza e uso dei **diversi codici** (grafico, linguistico, iconico, simbolico) con cui si esprime il pensiero matematico, consapevoli della necessità di saper passare da un codice ad un altro, per giungere ad usare il linguaggio matematico in tutta la sua potenza.
- b) Uso critico dei **libri di testo** e delle **fonti alternative** (siti internet, filmati, materiali già predisposti e strutturati, schede, eserciziari) diffidando di “ricette” che evitino il ragionamento, il confronto e il dialogo con gli allievi e tra gli allievi nel processo di costruzione del sapere.
- c) Lettura e **interpretazione critica delle informazioni** che ci giungono dai media attraverso rappresentazioni matematiche (grafici, percentuali, frazioni...).

8

Approfondire i concetti matematici in un'ottica di **formazione iniziale e continua** tenendo presenti le relazioni e le diverse competenze da costruire in ogni ordine scolastico.

- a) Partecipazione a **gruppi di ricerca** in cui discutere e confrontarsi sui contenuti, sulle strategie metodologiche e sui risultati della ricerca, condividendo bibliografie, strumenti didattici e teorici, modelli di riferimento.
- b) Organizzazione di percorsi di **sperimentazione didattica** con tutoraggio dei formatori al fine di garantire la validità delle proposte e costruire nel tempo **repertori di attività** da proporre nelle classi.
- c) Percorsi a ritroso a partire da un certo grado scolastico per ricostruire l'**evoluzione dei concetti** e dare coerenza e continuità al progetto educativo.

-
- d) Organizzazione di momenti di **diffusione** e di **restituzione** alle scuole e al territorio della ricerca condotta in ambito matematico per superare i luoghi comuni e gli stereotipi anche rispetto alle famiglie degli allievi e alla società più ampia (convegni, incontri, mostre, pubblicazioni...)

Proposte

Da questa visione complessiva discendono le scelte rispetto ai contenuti da insegnare e ai metodi da utilizzare perché i nostri allievi raggiungano le competenze richieste non solo a fini scolastici ma “per se stessi” (Emma Castelnuovo) e nella società più ampia.

Chi aderisce al Manifesto si assume quindi il compito di:

- tradurre i punti del Manifesto in azioni concrete e coerenti condividendo le elaborazioni personali e le esperienze sul campo con adeguate documentazioni;
- collaborare alla diffusione, tramite vari canali, dei risultati delle elaborazioni collettive;
- partecipare a **Giornate di Studio** su temi specifici introdotti dal Manifesto;
- consapevoli delle problematiche della povertà educativa e delle discriminazioni, intervenire con azioni mirate a contrastare la deprivazione socioculturale e il divario tra le diverse zone del nostro paese particolarmente fragili e carenti sul piano della presenza di strutture educative e di stimoli e di offerte culturali.

Le promotrici

Nicoletta Lanciano nicoletta.lanciano@uniroma1.it

Donatella Merlo donatellamerlo@icloud.com

Note e approfondimenti

- (1) Porre attenzione ad esercizi che veicolano **situazioni stereotipate** quali “il papà che compra libri e biglietti di aereo e la mamma che compra le stoffe e fa le torte” o inattuali, ed evitare esempi ed esercizi senza senso per gli allievi come le vasche da bagno che si riempiono... Partire invece da ciò che si vede e di cui si fa esperienza. Gli esercizi spesso sono una parte assai debole anche nei testi di ricerca della didattica della matematica

-
- (2) Rispetto al linguaggio naturale è importante formare, inventare e accogliere un **“lessico familiare”** del gruppo, uno slang iniziale di classe, pur di dare nome a ciò che si scopre e si incontra: in seguito, quando un concetto è acquisito e ormai fa parte di ciò che si conosce si può arrivare al linguaggio specifico. Ad esempio, per il concetto di *area* si passa dallo spazzare un'area con un movimento, al riempimento per esaurimento di una figura e poi all'integrale con il simbolo della grande S che viene dal sommare.
- (3) Per D'Ambrosio (matematico brasiliano vicino alla pedagogia Freinet), **etnomatematica** significa riconoscere che tutte le culture e tutti i popoli sviluppano modi per spiegare, conoscere, affrontare la propria realtà in un processo di evoluzione permanente. L'idea di base è quella di non rifiutare i modelli legati alla loro tradizione e di riconoscere come validi tutti i sistemi di spiegazione, di conoscenza, costruiti da altri popoli. Questi sistemi, grazie alle dinamiche culturali, non sono statici o morti. L'etnomatematica fa uso dei diversi mezzi che le culture usano per trovare spiegazioni per la loro realtà e superare le difficoltà che sorgono nella loro vita quotidiana. In tutte le culture, tuttavia, in questa ricerca di comprensione, è necessario quantificare, confrontare, classificare, misurare, il che fa sorgere spontaneamente la matematica (Mendes, 2008, p. 19). Pertanto, Mendes (2008) mostra che "l'etnomatematica può essere considerata un'area di conoscenza intrinsecamente legata ai gruppi culturali e ai loro interessi, espressa da una lingua (etnica) legata anche alla cultura del gruppo, al suo ethos" (Mendes, 2008, p. 19). In sintesi delle idee di cui sopra, Rosa e Orey (2006) affermano che l'etnomatematica nella prospettiva dambrosiana è il modo in cui culture specifiche (etno) hanno sviluppato, nel corso della storia, le tecniche e le idee (tica) per imparare a lavorare con le misure, calcoli, inferenze, confronti, classificazioni e modi diversi di modellare l'ambiente sociale e naturale in cui sono inseriti nella ricerca per spiegare e comprendere i fenomeni che si verificano in essi (matema).
- (4) Joy Paul Guilford, psicologo statunitense, ha definito due modalità di pensiero che costituiscono gli opposti di un continuum dove si situano gli stili individuali. Il **pensiero convergente** funziona in modo tale da spingere le persone a cercare, davanti a un problema, una sola risposta, cioè quella giusta. È la logica che è alla base dei problemi matematici che ci vengono posti fin da bambini in cui non è possibile avere più di un risultato, per cui la valutazione è netta: giusto o sbagliato. Il **pensiero divergente** invece è caratterizzato dalla spinta ad individuare più soluzioni che siano accettabili per motivi diversi, ma che abbiano tutte una loro 'dignità'. È molto difficile pensare di poter individuare uno stile di pensiero superiore all'altro,

più probabilmente si tratta di strumenti che si dimostrano utili in contesti differenti. Con il termine **pensiero laterale**, coniato dallo psicologo maltese Edward De Bono, si intende una modalità di risoluzione di problemi logici (problem solving) che prevede un approccio particolare, ovvero l'osservazione del problema da diverse angolazioni, contrapposta alla tradizionale modalità che prevede concentrazione su una soluzione diretta al problema. Una soluzione diretta prevede il ricorso alla logica sequenziale, risolvendo il problema partendo dalle considerazioni che sembrano più ovvie, il pensiero laterale se ne discosta (da cui il termine laterale) e cerca punti di vista alternativi per cercare la soluzione.

- (5) Ribadiamo anche la necessità di imparare a usare le forbici, ad accendere un fiammifero, ad annodare una corda, a versare del liquido perché la manualità come la percezione, va educata e non va perduta a nessuna età. Ricordiamo anche che il laboratorio è coinvolgente e include tutti, abbassando i livelli di noia, perdita di senso e disinteresse.
- (6) **Didattica elicoidale**, capace cioè di tornare più volte su temi e concetti ampliandoli, perché si sanno più cose, perché si è ora in grado di andare oltre e ampliare il concetto e il suo campo di validità, o perché qualcuno è rimasto indietro e c'è bisogno di riprendere un certo tema un'altra volta. Ad esempio non considerare che se si è lavorato sui perimetri di poligoni regolari, il perimetro è un argomento "finito e chiuso", ma ci si tornerà ad esempio per figure curvilinee o irregolari.
- (7) Una didattica strutturata su tempi lenti e lunghi, coscienti che questo è difficile in una società che premia la velocità come valore assoluto e in contraddizione con i tempi frenetici e sincopati in particolare delle scuole secondarie. Ma ciò è necessario per porre attenzione agli errori, alle difficoltà, agli ostacoli di vario genere (cognitivi, epistemologici, linguistici ...) degli allievi. In particolare la questione problematica della velocità si presenta nelle prove di valutazione.
- (8) Alla voce *embodiment* sull'enciclopedia Treccani si legge "...la riflessione sugli aspetti corporei e incarnati (*embodied*) dei processi cognitivi e mentali si è avuta a partire dagli anni Ottanta del 20° secolo in diverse discipline, dalla linguistica cognitiva all'intelligenza artificiale, dalla neurobiologia alla fenomenologia, ed è diventata centrale nelle ricerche filosofiche sulla mente e sulla cognizione fra gli anni Novanta del 20° secolo e il primo decennio del 21°. Già G. Lakoff e M. Johnson nei loro classici studi sulla metafora, a partire dall'uso delle metafore linguistiche, avevano evidenziato la componente degli aspetti operativi della corporeità nell'origine degli stati mentali e del linguaggio; e tali linee di ricerca orientano settori della psicolinguistica e della linguistica cognitiva attuale. *Embodiment* quindi significa

incorporare i concetti, viverli nel corpo e nella propria storia e condizione, per comprendere e dare senso alla matematica. Ad esempio riconoscere le metafore spaziali legate al tempo visibili nei gesti ed espressi con le parole che usiamo quotidianamente: sguardo e braccio in avanti per indicare il futuro e indietro per indicare il passato (nella cultura occidentale); ma anche uso di parole quali “vicino, contiguo, successivo” che indicano momenti del tempo con riferimento a localizzazioni spaziali. Anche in logica si dice ad esempio “ne consegue...”. In probabilità si fanno “diagrammi ad albero”. Nel contare si usano raggruppamenti e un’organizzazione spaziale.

- (9) Vivere la matematica con il corpo è assai impedito dalla strutturazione delle classi, non adatte spesso al movimento perché troppo piccole e strutturate in modo rigido che prevede solo una didattica frontale. Il corpo bloccato nei banchi è un’emergenza tanto che la Commissione Europea nell’Agenda 2030 ha inserito la lotta alla sedentarietà.
- (10) **Modellizzazione** (matematica): processo cognitivo che porta alla costruzione di un modello semplificato di una situazione reale che possa essere manipolato con strumenti matematici ad esempio un calcolo, un’espressione, una formula algebrica, un grafico; modello matematico: rappresentazione quantitativa di un fenomeno naturale cioè una descrizione in termini matematici, quindi mediante funzioni, equazioni..., di un fenomeno reale in grado di descrivere i legami esistenti tra le grandezze caratteristiche del fenomeno.
- (11) **Teoria dei campi concettuali** di Gerard Vergnaud: un **campo concettuale** è un insieme di problemi e di situazioni per trattare i quali sono necessari concetti, procedure e rappresentazioni di tipo diverso ma in stretta connessione tra di loro ad es. il *campo concettuale delle strutture moltiplicative* che comprende la moltiplicazione e la divisione come inversa della moltiplicazione, le frazioni, i rapporti, i numeri razionali, l’analisi dimensionale, le funzioni lineari, la proporzionalità...

Riferimenti bibliografici relativi alle note precedenti

D’Ambrosio, U. (2002). *Etnomatematica*. Bologna: Pitagora.

Gibbs, R. W. (2005). *Embodiment and cognitive science*. Cambridge (MA): Cambridge University Press

Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. New York: McGraw-Hill

Lakoff, G. , Johnson, M. (1998), *Metafora e vita quotidiana*. Milano: Strumenti Bompiani.

-
- Lakoff, G. , Johnson, M. (1999). *Philosophy in the flesh: the embodied mind and its challenge to western thought*. New York: Basic Books
- Lakoff, G., Núñez, R. E. (2005). *Da dove viene la matematica. Come la mente embodied dà origine alla matematica*. Torino: Bollati Boringhieri,
- Monteiro, A., & Mendes, J. R. (2008). *A Etnomatemática no encontro entre práticas e saberes: espaços de tensão e negociação de sentidos*. Conferencia presentada en el 3º Congresso Brasileiro de Etnomatemática, UFF, Niterói, Brasil.
- Shapiro, L. (2004) *The mind incarnate*. Cambridge (MA): The MIT Press
- Vergnaud, G. (1994). *Il bambino, la matematica, la realtà*. Roma: Armando Editore