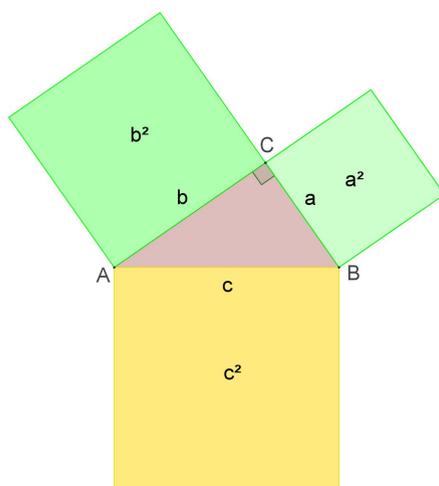


IL TEOREMA DI PITAGORA ATTRIBUITO A LEONARDO DA VINCI

ENUNCIATO DEL TEOREMA DI PITAGORA

In ogni triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.

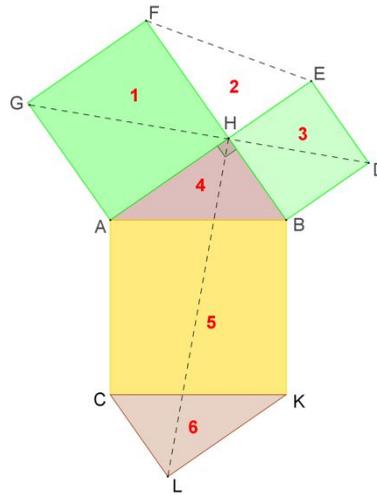


Siano a la lunghezza del cateto BC, b la lunghezza del cateto AC e c la lunghezza dell'ipotenusa AB.

Il Teorema di Pitagora afferma che:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Nel 1921 lo studioso statunitense **Elisha Scott Loomis** pubblicò un'opera intitolata "The Pythagorean Proposition" in cui propose 371 dimostrazioni del Teorema di Pitagora, fra cui quella attribuita a Leonardo da Vinci (come si evince a pagina 129 di detta opera)



Dopo aver costruito i quadrati 1, 3 e 5 rispettivamente sui cateti AH e HB e sull'ipotenusa AB del triangolo rettangolo 4, si traccia il segmento FE.

Si dimostra che il triangolo 2 è rettangolo in H e congruente al triangolo 4:

- l'angolo \widehat{FHE} è congruente all'angolo \widehat{AHB} in quanto sono angoli opposti al vertice
- il lato HE è congruente al lato HB perché lati dello stesso quadrato 3
- il lato FH è congruente al lato AH perché lati dello stesso quadrato 1

Per il primo criterio di congruenza dei triangoli, segue che i triangoli 2 e 4 sono congruenti.

L'area dell'esagono ABDEFG è uguale alla somma dell'area del quadrato 1, del triangolo 2, del quadrato 3, del triangolo 4.

Supponendo nota la lunghezza dei lati del triangolo e siano:

$$AH = a, HB = b, AB = c.$$

Segue che:

$$\text{Area}(\text{quadrato 1}) = a^2$$

$$\text{Area}(\text{triangolo 2}) = \text{Area}(\text{triangolo 4}) = \frac{1}{2}ab$$

$$\text{Area}(\text{quadrato 3}) = b^2$$

$$\text{Area}(\text{ABDEFG}) = a^2 + b^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab = a^2 + b^2 + ab$$

Sul lato CK del quadrato 5 si costruisce il triangolo rettangolo 6, simmetrico del triangolo rettangolo 4 rispetto al centro del quadrato 5.

L'area dell'esagono AHBKLC è uguale alla somma dell'area del quadrato 4, del quadrato 5 e del triangolo 6, essendo:

$$\text{Area}(\text{triangolo 4}) = \text{Area}(\text{triangolo 6}) = \frac{1}{2}ab$$

$$\text{Area}(\text{quadrato 5}) = c^2$$

$$\text{Area}(\text{AHBKLC}) = c^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab = c^2 + ab$$

Utilizzando i teoremi della geometria euclidea si dimostra che l'esagono ABDEFG è equivalente all'esagono AHBKLG.

Dato che i triangoli 2, 4 e 6 sono congruenti e quindi hanno la stessa area, sottraendo dall'area del primo esagono la somma delle aree 2 e 4 e sottraendo dall'area del secondo esagono la somma delle aree 4 e 6, le aree rimanenti sono ancora uguali:

$$\begin{aligned} \text{Area}(ABDEFG) - \{ \text{Area}(\text{triangolo } 2) + \text{Area}(\text{triangolo } 4) \} = \\ = a^2 + b^2 + ab - \left(\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab \right) = a^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Area}(AHBKLC) - \{ \text{Area}(\text{triangolo } 4) + \text{Area}(\text{triangolo } 6) \} = \\ = c^2 + ab - \left(\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab \right) = c^2 \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$